N° D'ORDRE : 19

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE TROISIÈME CYCLE

(SPÉCIALITÉ : MÉTROLOGIE)

par

Michelle VALENTIN

Licenciée-ès-Sciences

ETUDE et RÉALISATION d'un INTERFEROMÈTRE (PEROT-FABRY) DANS LE DOMAINE DES MICROONDES

Soutenue le 24 Mai 1963 devant la Commission d'Examen

MM. **P. M. DUFFIEUX** Président

J. UEBERSFELD
J. L. MOTCHANE } Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547626_0007

N° D'ORDRE : 19

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR DE TROISIÈME CYCLE

(SPÉCIALITÉ : MÉTROLOGIE)

UNIV. BIBLIOTHÈQUE FRANCHE

par

Michelle VALENTIN

Licenciée-ès-Sciences

ETUDE et RÉALISATION d'un INTERFEROMÈTRE (PEROT-FABRY) DANS LE DOMAINE DES MICROONDES

Soutenue le 24 Mai 1963 devant la Commission d'Examen

MM. **P. M. DUFFIEUX** Président

J. UEBERSFELD
J. L. MOTCHANE } Examinateurs

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

UNIVERSITE
DE
BESANCON

F A C U L T E D E S S C I E N C E S

Doyen honoraire: M. GLANGEAUD

Professeurs honoraires: MM. BAILLAUD R., JULIEN, THIRY, TRILLAT, UEBERSFELD, VINCENSINI .

Maître de Conférences honoraire: M. GRANIER

DOYEN : M. JACQUEMAIN : Chimie Appliquée

ASSESSEUR : M. MESNAGE : Chronométrie

PROFESSEURS : MM. TRONCHET : Botanique
DUFFIEUX : Physique Générale
CHATELET : Mathématiques
PERROT : Chimie Générale
DREYFUSS : Géologie - Minéralogie
THEOBALD : Paléontologie et Géologie Stratigraphique
CROISOT : Méthodes Mathématiques de la Physique
DELHAYE : Astronomie
QUANTIN : Botanique
CHALEAT : Mécanique Appliquée
RIPPLINGER : Zoologie
NAHON : Mécanique Générale
BERNARD : Chimie Physique

PROFESSEUR ASSOCIE : M. KORRINGA : Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE :

MM. RIGAL : Calcul Numérique
POTIER : Physique des Solides
Mme ROZIS : Physique
MM. THIEBAUT : Géologie - Minéralogie
DEVIN : Chimie Générale
GOMOT : Zoologie

.../...

MAITRES DE CONFERENCES :

MM.	VIENOT	: Physique
	MOTCHANE	: Electronique
	REAL	: Zoologie
	REMOND	: Chargé d'enseignement de la Maîtrise de Conférences de Chronométrie.
	GOUARNE	: Mathématiques
	VALLEE	: Mécanique Appliquée
	THEOBALD	: Physique PCB - SPCN

CONSEILLER ADMINISTRATIF UNIVERSITAIRE :

M. LAMBERT

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé à la Faculté des Sciences de Besançon sous la direction de Monsieur le Professeur UEBERSFELD et de Monsieur MOTCHANE, Maître de conférences, qui m'ont prodigué leurs conseils et leur aide. Qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Je remercie Monsieur le Professeur DUFFIEUX qui a bien voulu présider mon jury de thèse, ainsi que Monsieur le Professeur MESNAGE qui a permis la réalisation de réflecteurs dans l'atelier de Mécanique de l'ENSCM.

Enfin je ne saurais oublier mes camarades de Laboratoire pour l'aide qu'ils m'ont apportée dans la réalisation de ce travail.

INTRODUCTION

La nature électromagnétique de la lumière et la similitude entre les ondes radioélectriques et les ondes lumineuses ont été mises en évidence par les expériences de Hertz en 1888.

Les microondes et les ondes lumineuses se propagent dans l'espace libre avec la même vitesse c. De la différence de grandeur des longueurs d'onde optiques et microondes il résulte que les effets de diffraction en microondes doivent toujours être considérés alors qu'en optique ils peuvent être ignorés dans de nombreux cas.

Pour assurer la propagation de l'énergie électromagnétique, les dimensions des systèmes de transmission, tels que les guides d'ondes sont en rapport avec la longueur d'onde. Pour opérer à de très hautes fréquences, les guides, les cavités, ... etc doivent donc être de dimensions très petites, ce qui représente souvent des difficultés d'ordre mécanique.

En nous tournant vers des systèmes et instruments de mesures qui ne soient pas limités par la longueur d'onde, nous nous rapprochons de l'optique et en ondes centimétriques et millimétriques, les dispositifs optiques pourraient surmonter certaines difficultés qui existent lorsque nous nous servons des techniques hyperfréquences.

En principe il n'y a pas de différence entre un interféromètre optique et un interféromètre hyperfréquence : dans les deux cas il y a interférence de trains d'ondes et la diffraction est un facteur limitatif.

Cependant en optique les ouvertures utilisées sont si grandes devant λ (appareils de dimensions supérieures à $10^4 \lambda$) que les

effets de diffraction sont négligeables.

En hyperfréquence les appareils sont de l'ordre de λ et rayonnent "un spectre angulaire d'ondes planes au lieu d'une simple onde plane.

En conséquence les faisceaux obtenus sont divergents et les fronts à phase constante dépendent de la distance de l'ouverture rayonnante.

CHAPITRE I

LES INTERFEROMETRES A ONDES MULTIPLES

Rappels optiques valables en hyperfréquences (voir figure 1 page 8).

Deux glaces semi-argentées donnent des franges localisées à l'infini. En lumière convergente, les franges équiphases pour une radiation monochromatique sont des courbes d'égale inclinaison (anneaux au foyer d'une lentille).

En lumière blanche parallèle et normale aux lames la différence de marche "d" entre deux rayons successifs ne dépend que de l'épaisseur e entre les lames.

Si e est bien constant et égal à plusieurs longueurs d'onde λ l'appareil ne laisse passer qu'un petit nombre de radiations quasi monochromatiques, celles pour lesquelles on a :

$$2e = p\lambda \quad . \qquad p = \text{nombre entier}$$

Dans le cas général, l'intensité transmise en un point est donnée par l'expression (voir Bruhat optique(1))

$$I_{(\varphi)} = \frac{|A|^2}{|A_o|^2} = \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

où $|A_o|^2$ = intensité maximum prise comme unité

$$|A|^2 = \frac{T^2}{1 - 2R\cos\varphi + R^2}$$

R = pouvoir réflecteur de la lame

T = coefficient de transmission

$$\varphi = \frac{4\pi n e \cos\alpha}{\lambda}$$

n = indice du milieu entre les lames

α = angle d'incidence

$m = \dfrac{4R}{(1-R)^2}$

Pour $d = k\lambda$ (k = nombre entier) tous les rayons sont en phase et nous avons des maxima d'intensité. Dès que la différence de phase diffère légèrement de $2p\pi$ le terme $m \sin^2 \dfrac{\varphi}{2} = \dfrac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \dfrac{\varphi}{2}$ est grand par rapport à l'unité et $I(\varphi)$ est donc très faible. La fonction $I(\varphi)$ présente donc des maxima aigus séparés de minima larges et presque nuls (1 - 6 -).

1°) Couches semi-transparentes non métalliques sous incidence normale [5]

La surface de séparation entre deux corps transparents d'indice n_1 et n_2 est partiellement transparente, le facteur de réflexion est $r = \dfrac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$ et le facteur de transmission est complémentaire.

Une couche mince d'épaisseur uniforme déposée sur une lame de verre est placée entre deux surfaces de séparation semi-transparentes parallèles dont nous connaissons les facteurs de réflexion et de transmission relatifs aux amplitudes et fonction des indices. Soient r_1, r_2, t_1, t_2 ces facteurs et R et T le pouvoir réflecteur et le facteur de transmission de la lame ainsi formée. Nous pouvons écrire

$\varphi = \dfrac{4\pi n e}{\lambda}$ e = épaisseur de la couche

$T = \dfrac{t_1^2 \, t_2^2}{1 + r_1^2 \, r_2^2 - 2 r_1 \, r_2 \cos \varphi}$ $\qquad R = 1 - T$

$r_1 = \dfrac{n_1 - n_o}{n_1 + n_o}$ $\qquad r_2 = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$

$t_1^2 = 1 - r_1^2$ $\qquad t_2 = 1 - r_2^2$

Pour $\cos\varphi = -1$ T est minimum et R est maximum.

L'épaisseur minimum de la couche qui rend R maximum est donc

e tel que $\varphi = \frac{4\pi n e}{\lambda} = (2k+1)\pi$

$$n e = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

$$T_{minimum} = \frac{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)}{(1 + r_1 r_2)^2}$$

$$R_{maximum} = \frac{(r_1 + r_2)^2}{(1 + r_1 r_2)^2}$$

Formule de recurrence pour le pouvoir réflecteur R et le facteur de transmission T (figure 2 page 8).

$$R = \frac{r_{12} + (t_{12}t_{21} - r_{12}r_{21})r_{23}\, e^{-i\varphi}}{1 - r_{21}\, r_{23}\, e^{-i\varphi}}$$

$$R = r_{12} + \frac{t_{12}\, t_{21}\, r_{23}\, e^{-i\varphi}}{1 - r_{21}\, r_{23}\, e^{-i\varphi}}$$

$$T = \frac{t_{12}\, t_{23}\, e^{-i\varphi/2}}{1 - r_{21}\, r_{23}\, e^{-i\varphi/2}}$$

avec t_{12} = coefficient de transmission du milieu 1 vers le milieu 2

r_{12} ..... etc

2°) Couches multiples (5).

Pour obtenir des appareils à grande luminosité donnant des franges d'une très grande finesse il faut un pouvoir réflecteur élevé qui tende vers 1. Rappelons que la finesse F, d'après Giacomo, est égale à la largeur à mi-hauteur des franges rapportées à l'interfrange ou encore $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$. Or avec une couche unique d'épaisseur $\frac{\lambda}{4}$ pour

obtenir un pouvoir réflecteur égal à 0,80 il faudrait avoir n supérieur à 20 ce qui n'est pas possible. Pour augmenter R nous empilons des miroirs semi-transparents convenablement espacés. Chacun de ces miroirs élémentaires sera une surface de séparation de deux milieux transparents aussi différents que possible (couches alternées de bas et haut indice) $R = |r|^2 = \left|\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right|^2$. R augmente avec n_2. D'autre part avec une couche d'épaisseur $\frac{\lambda}{4}$ R est maximum et égal à

$$R = \left|\frac{r_1 + r_2}{1 + r_1 r_2}\right|^2$$

l'empilement de telles couches permet l'obtention d'un effet encore plus sélectif. L'épaisseur e_1, e_2 ... de ces couches est telle que sur chacune des surfaces de séparation les ondes réfléchies sont en phase.
n_1 n_2 ... représentent l'indice des milieux successifs et r_1 r_2 r_3 leur coefficient de réflexion (voir fig. 3 page 9).

3°) Analogie électrique (6).

Un empilement de couches minces est équivalent à une ligne électrique dont les divers tronçons présenteraient des admittances caractéristiques Y différentes. Les équations de propagation sont les mêmes et font correspondre à l'indice d'une couche, l'admittance caractéristique d'un tronçon de ligne, le champ électrique de Maxwell E à la différence de potentiel V et le champ magnétique H à l'intensité électrique I. En effet nous avons :

$$E = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\, H \qquad \text{et} \quad \varepsilon = n^2$$

$$V = \frac{1}{y} I$$

Coupons la ligne électrique en un point P et soient V et I la différence de potentiel et l'intensité en P. $Y_L = \frac{I}{V}$ = admittance équivalente à la portion de ligne L située au-delà de P. Si en P l'admittance caractéristique est $Y_o \neq Y_L$ il y aura en P, superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie.

Posons $k = \frac{Y_L}{Y_o}$ = impédance réduite = $\frac{E}{H} = \frac{(1 + r)}{(1 - r)}$ (3) p.145

D'où $k = \frac{1 + r}{1 - r}$ et $r = \frac{1 - k}{1 + k}$

Il en est de même pour les couches minces.

En P (où nous avons E_y et H_z) nous pouvons couper le système en deux par un plan P parallèle aux couches. D'un côté (côté de la lumière incidente) nous aurons une source fictive et de l'autre côté une ligne d'admittance $Y_L = \frac{H_z}{E_y Y_o}$. Si P est dans un milieu d'indice n_o (admittance caractéristique Y_o) tout se passe comme si la source fictive dans le milieu n_o éclairait un plan P de séparation entre le milieu d'indice n_o et un milieu infini d'indice $n = Y_L$.

Le facteur de réflexion est $r = \frac{1 - k}{1 + k} = \frac{1 - \frac{n}{n_o}}{1 + \frac{n}{n_o}} = \frac{n_o - n}{n_o + n}$

*

* *

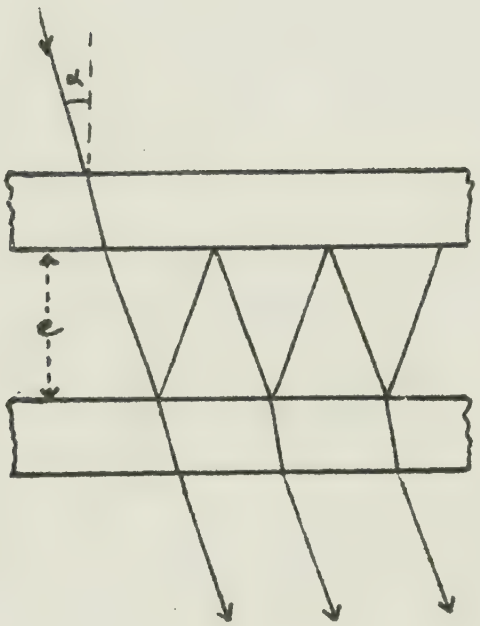


Fig. 1

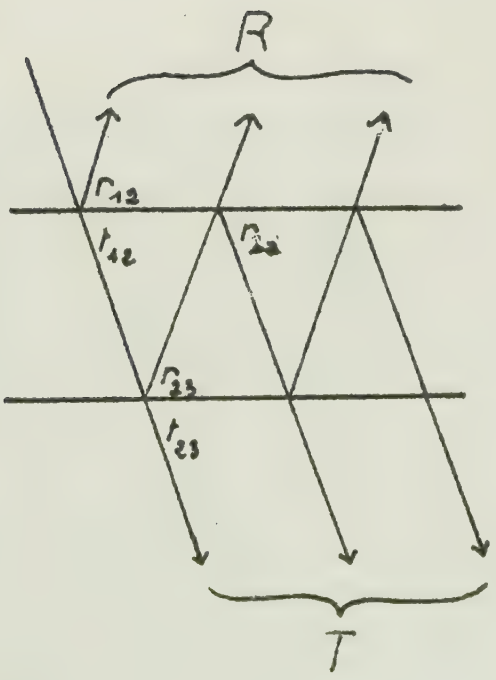


Fig. 2

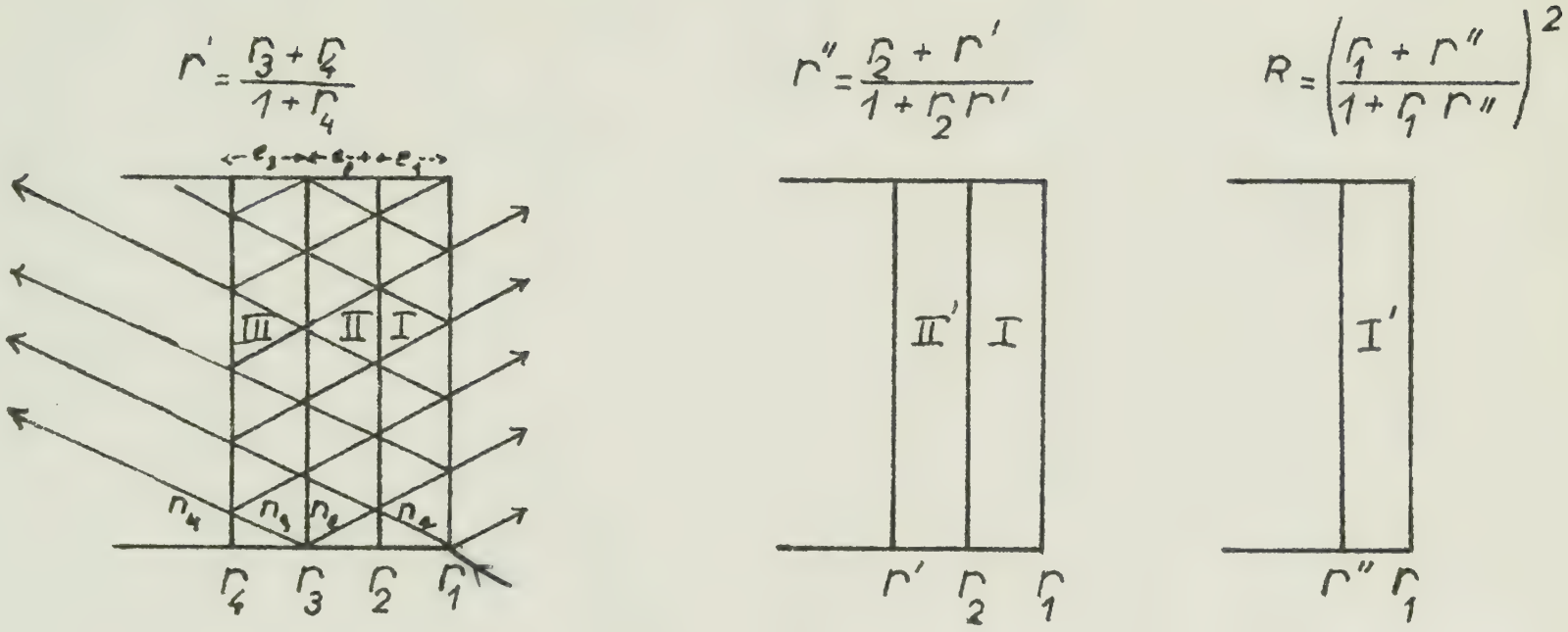


fig. 3 – POUVOIR REFLECTEUR DES COUCHES MULTIPLES

CHAPITRE II

INTERFEROMETRE DE PEROT-FABRY A ONDES CENTIMETRIQUES

L'interféromètre se compose comme en optique de 3 parties : le système émetteur, le système réflecteur et le système récepteur. Le système réflecteur sera étudié dans le prochain chapitre.

- SYSTEME EMETTEUR :

L'énergie produite par un klystron est envoyée sur le système réflecteur au moyen d'un cornet. Derrière le klystron nous disposons un guide unidirectionnel qui affaiblit très peu l'onde incidente mais atténue l'onde réfléchie par la charge.

Un coupleur à 10 db prélève une partie de la puissance du klystron pour l'envoyer dans une cavité (ondemètre). On pourra ainsi observer la résonance de la cavité et mesurer la fréquence du klystron sur un oscillographe ou sur un galvanomètre.

Avant le cornet émetteur, nous disposons d'un adaptateur et d'une ligne de mesure qui nous permettent de réaliser l'adaptation du système.

Il est nécessaire, pour des raisons que nous verrons, que la fréquence du klystron soit très stable. Ceci est assuré par un stabilisateur qui permet de détecter les variations de fréquence et de réagir sur le potentiel réflecteur de manière à maintenir cette fréquence constante.

- SYSTEME RECEPTEUR :

Un cornet récepteur reçoit l'énergie transmise par le système réflecteur disposé entre le cornet émetteur et le cornet récepteur. Un cristal détecteur IN 23 permet de mesurer une intensité proportionnelle à la puissance hyperfréquence recueillie par le cornet.

Les cornets (

Le but des cornets est de transmettre ou de recevoir l'énergie dans les meilleures conditions. En effet, pour obtenir un effet plus directif en puissance, la section du guide d'onde est dilatée progressivement et constitue ainsi un cornet qui concentre effectivement la puissance rayonnée dans des directions privilégiées. Celui-ci est adapté au guide d'onde au moyen d'adaptateurs.

Le guide d'onde précédant le cornet est un guide normalisé de A-1 cm sur B 2,28 cm. La longueur d'onde dans le vide étant 3,2 cm. celle-ci est inférieure à 2B mais supérieure à B. Il ne se propage donc dans ce guide, parmi tous les modes TE_{10}, que le mode TE_{10} (mode dominant ou principal) à l'exclusion de tout autre.

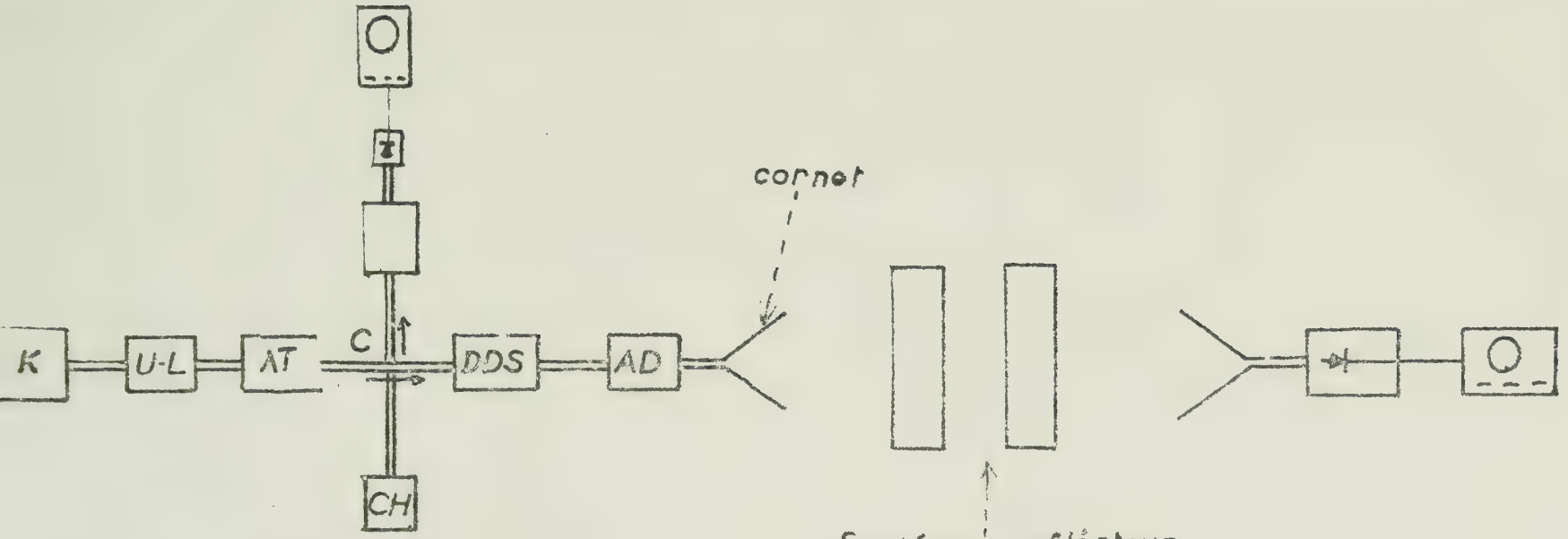
Dans le cornet, le mode TE_{10} prédomine, les autres modes excités dans la gorge du cornet à la jonction entre le guide et le cornet, sont atténués dans cette région qui joue le rôle de filtre et qui permet donc la propagation d'un mode unique vers l'ouverture.

Considérations sur la distance entre les deux cornets et la hauteur de ceux-ci au-dessus du sol. (7).

Une antenne ou un cornet peut être considéré comme un point source directif lorsque les mesures de champ rayonné sont faites à la distance "d" suffisante pour rendre la plus grande dimension "D" de l'antenne négligeable. Pratiquement c'est le cas quand "d" est plus grand que la distance "R" appelée distance du champ lointain, le champ lointain ("far zone") étant la région où nous observons la diffraction de Fraunhoffer et où les relations de phase entre les diverses composantes sont pratiquement identiques aux relations de phases observées à l'infini. La zone de Fresnel est la région où les conditions précédentes ne sont plus réalisées et où l'onde ne peut donc pas être considérée comme une onde plane.

Distance entre le cornet émetteur et le réflecteur.

- Le réflecteur doit se trouver dans la région de



K : Klystron

U-L : Guide unidirectionnel

AT : Atténuateur variable

C : Coupleur directif

DDS : Détecteur d'ondes stationnaires

AD : Adaptateur

O : Ondemètre

CH : Charge adaptée

Cristal détecteur

Oscilloscope

fig. 4

Frauenhoffer donc à une distance d supérieure à R avec $R = 2\frac{D^2}{\lambda_0}$:
(figure 4)

D = dimension maximum de l'antenne

λ_0 = longueur d'onde de l'espace libre.

- D'autre part, il est essentiel de s'assurer qu'aucune réflexion parasite, par exemple sur les supports des cornets, ne permette à la transmission de se faire par un chemin autre que par le chemin direct.

Il faut donc choisir une hauteur au-dessus du sol, hauteur telle que le rayon réfléchi par le sol arrive en un minimum du diagramme vertical de l'antenne (fig.5).

La direction du premier minimum fait par rapport à l'axe du lobe principal du diagramme un angle de valeur approximative $\alpha \# \frac{\lambda_0}{D}$ radians.

La hauteur des cornets au-dessus du sol doit donc être :

$h = \frac{R}{2} \operatorname{tg} \frac{\lambda_0}{D} \simeq \frac{r}{2} \frac{\lambda_0}{D}$.

*

* *

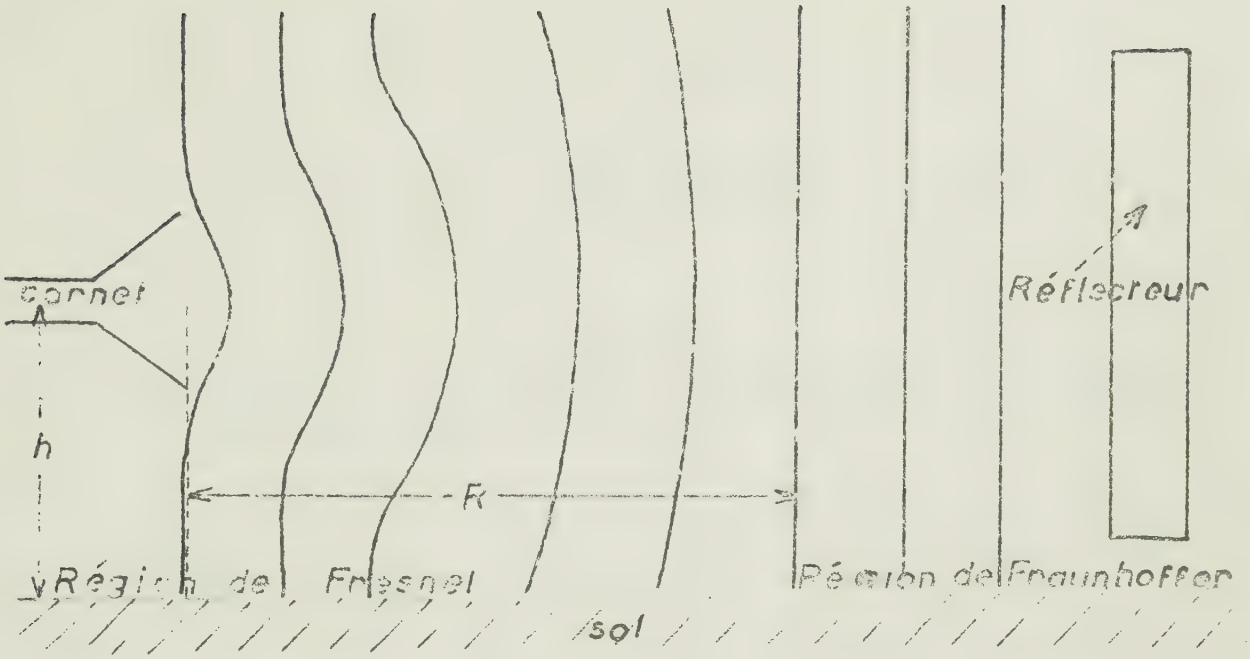

Cornet
h
R
Réflecteur
Région de Fresnel
Région de Fraunhoffer
sol

fig. 5

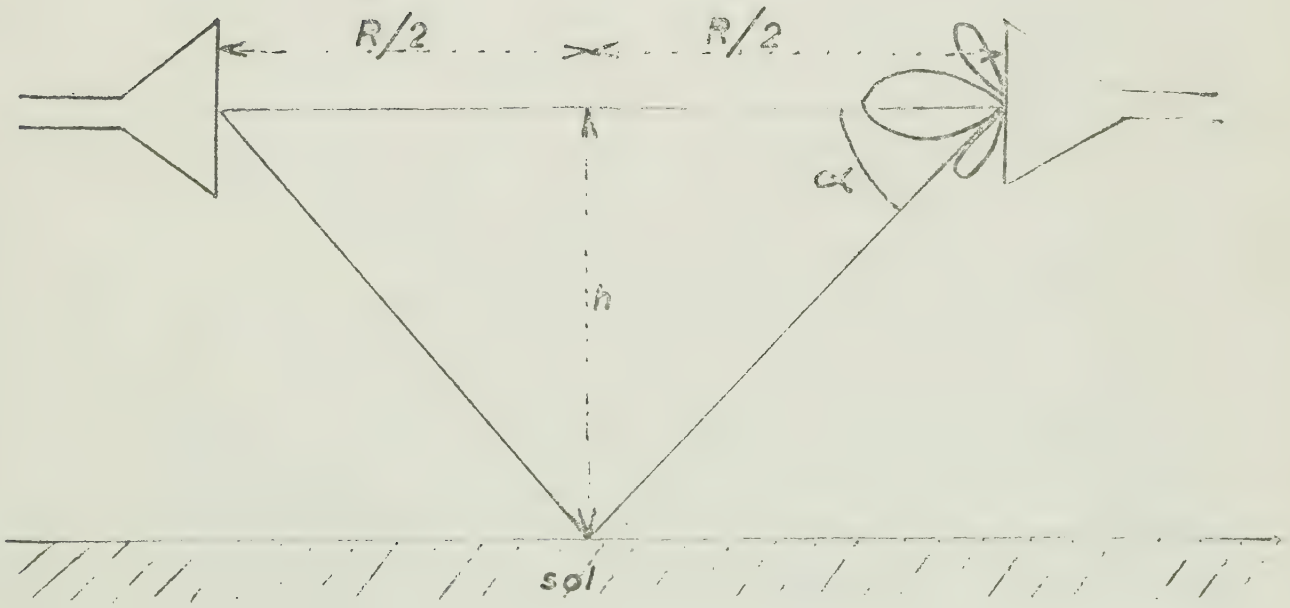

R/2
R/2
h
α
h
sol

fig. 6

CHAPITRE III

LES REFLECTEURS

1°) ETUDE DE LA DIFFRACTION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES PAR UN RESEAU DE PLAQUES PERCEES DE TROUS. (8-9)

Georges Broussaud considère le champ diffracté par une plaque infiniment grande, percée de trous égaux suivant un quadrillage régulier, et éclairée par une onde plane.

Sur un disque parfaitement conducteur, le champ électrique E est normal au plan du disque et le champ magnétique H est tangentiel. Par application du théorème de Babinet, on en déduit que dans l'ouverture le champ électrique est tangentiel et H est normal.

Il s'agit là de champs totaux, c'est-à-dire de la somme des champs en l'absence d'ouverture (champ sur l'écran métallique plan et indéfini) et du champ dit "de perturbation" introduit justement de façon que le champ total satisfasse aux conditions aux limites en présence de l'ouverture. En incidence normale, les champs E et H de l'onde incidente sont parallèles au plan de l'écran. En l'absence d'ouverture E = 0 et H est inchangé dans tout le plan.

Le champ électrique de perturbation introduit en présence de l'ouverture, possèdera donc la propriété du champ électrique total. Il sera situé dans le plan de l'écran.

La répartition des champs sur les bords de l'ouverture percée dans une plaque supposée infiniment mince peut représenter quelques difficultés. J.C. Simon a montré qu'il n'y avait aucune impossibilité physique à concevoir un champ électrique situé dans le plan d'ouverture, infini et normal au contour. Une telle répartition est à rapprocher d'un mode TE dans un guide d'onde.

Les propriétés de symétrie du cercle permettent de préciser

la répartition des champs dans l'ouverture.

Dans tous les cas, le plan diamétral parallèle au plan d'incidence est un plan de symétrie pour les lignes de force des champs. Si le diamètre des trous est petit devant la longueur d'onde, on aboutit intuitivement à la répartition des champs d'un mode TE_{11} dans un guide circulaire.

Diffraction d'une onde plane en incidence normale.

Les écrans considérés sont toujours des plans conducteurs parfaits percés d'ouvertures égales possédant deux axes de symétrie rectangulaires parallèles à Ox et Oy et dont les centres forment les sommets d'un quadrillage régulier de côtés parallèles à Ox et Oy.

Considérons tout d'abord l'écran percé de deux ouvertures égales possédant des axes de symétrie parallèles à Ox et Oy et dont les centres O_1 et O_2 sont situés sur Oy et tels que O soit le milieu du segment O_1O_2 (fig.7 page 20).

Attaquons les ouvertures du côté des z négatifs par une onde plane dont la direction de propagation est normale au plan de l'écran et dont la polarisation est dirigée suivant O_1, O_2. Supposons que les champs dans chacune des ouvertures soient les mêmes que si ces dernières étaient isolées.

Le champ E en un point N, dû à la diffraction de l'ouverture S_1 peut se déduire des champs dans cette ouverture par les formules de Köttler

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \vec{j} \times \operatorname{grad} \vec{\varphi}\, ds \qquad \vec{j} = \vec{n} \times \vec{E}$$

avec $\varphi = \frac{e^{ikR}}{R}$ (R étant la distance du point N à un point de l'ouverture S_1 ; ds = élément linéaire de surface ; n = normale à cette surface).

La contribution d'une surface élémentaire entourant le point P_1 est proportionnelle à $e_1 = j_1 \times \operatorname{grad} \varphi_1$.

Soit M un point du plan xOz, plan médiateur du segment O_1O_2.

Soient j_x, j_y, les composantes de j en P_1.

Soient X, Y, Z, les composantes de grad φ_1 pour les points M et P_1.

Les composantes de e_1 sont :

$$e_1 = \begin{cases} j_y Z \\ -j_x Z \\ +j_x Y - j_y X \end{cases}$$

Soit P_2 le point de l'ouverture S_2 symétrique de P_1 par rapport à xOz, les composantes de j_2 en P_1 sont $(j_x, -j_y)$, les composantes de grad φ_2 sont $(X, -Y, Z)$ d'où les composantes de e_2

$$e_2 = \begin{cases} - j_y Z \\ - j_x Z \\ - j_x Y + j_y X \end{cases}$$

En additionnant les composantes de e_1 et e_2 on voit que la contribution totale de P_1 et P_2 nous donne un vecteur parallèle à Oy. Donc le champ électrique rayonné par les ouvertures S_1 et S_2 en un point du plan xOz, est normal à ce plan. On voit facilement que $\frac{\partial E}{\partial z}$ est nul en tout point du plan. Ces conditions montrent qu'on peut remplacer le plan xOZ par un conducteur parfait sans changer le champ rayonné dans l'espace des z positifs. Remarquons qu'il en est de même pour l'espace des z négatifs; la métallisation du plan xOz ne peut modifier le champ incident, ni le champ diffracté par réflexion comme on le vérifie sur les égalités de symétrie qui lient le champ diffracté par transmission dans l'espace des z positifs à celui diffracté par réflexion dans l'espace des z négatifs.

Considérons maintenant les deux ouvertures circulaires mais excitées cette fois par une onde incidente dont la polarisation est normale à la direction O_1O_2. On peut démontrer de même que le champ rayonné en un point M du plan xOz est toujours contenu dans ce plan et de plus que $\frac{\partial E}{\partial y} = 0$. Nous retrouvons les conditions aux limites de ce que

nous appelons plan d'impédance infinie par opposition au conducteur parfait appelé plan d'impédance nulle.

De la même manière, considérons un nombre impair d'ouvertures, par exemple 3, dont les centres, O_1, 0, O_3 sont alignés (fig.8 page 20). Nous pouvons démontrer que le plan de symétrie xOz passant par le centre 0 de l'ouverture centrale est, soit un plan d'impédance nulle, soit un plan d'impédance infinie, suivant que la polarisation de l'onde incidente est normale ou parallèle à ce plan. Ces résultats peuvent se généraliser dans le cas où l'on a une infinité d'ouvertures égales dont les centres occupent les sommets d'un quadrillage régulier. On peut toujours, à condition de négliger l'interaction entre les ouvertures, démontrer que le champ électrique rayonné dans l'espace des z positifs en des points de plan de symétrie du quadrillage, normaux à la polarisation de l'onde incidente, est normal à ces plans et stationnaire pour un déplacement petit. On peut donc métalliser ces plans.

De la même manière, on peut remplacer les plans de symétrie parallèles au vecteur électrique de l'onde incidente par des plans d'impédance infinie.

Cette façon de voir a pour intérêt de nous ramener à un problème d'ondes guidées. Il nous suffit en effet de résoudre le problème de l'obstacle constitué par une ouverture dans le guide particulier formé de deux parois à impédance nulle AA', BB' et deux parois à impédance infinie AB, A'B'. (fig.9 page 20). Le problème est simplifié dans une certaine mesure par rapport à celui de l'ouverture unique, l'énergie ne pouvant se propager que suivant un nombre restreint de modes.

Etude de l'écran dans le guide AA', BB'.

En définitive, il faut étudier le problème de la transmission et de la réflexion d'une onde sur l'obstacle constitué par une plaque métallique obturant normalement le guide.

$$AB = A'B' = b$$
$$AA' = BB' = a$$

Si a et b sont inférieurs à $\frac{\lambda}{2}$ le seul mode qui peut se propager est le mode principal, les modes supérieurs sont évanescents.

Soit une onde principale se propageant dans le sens des z positifs. Supposons de plus que les extrêmités du guide ne réfléchissent pas les ondes qui pourraient y arriver. L'existence de l'obstacle fait naître un régime d'ondes qui peut s'exprimer à l'aide des différents modes du guide. Les modes d'ordres les plus faibles qui sont excités sont les modes H_{10} et E_{01}. Dans le cas considéré, a et b sont inférieurs à $\frac{\lambda}{2}$, ces modes sont donc évanescents et rapidement atténués le long de Oz. A une certaine distance de l'obstacle, le seul mode existant est le mode principal, c'est-à-dire l'onde plane classique. Si nous considérons l'écran dans son ensemble, nous voyons que nous retrouvons une surface d'onde plane dans l'espace image à une distance assez faible de l'écran;

Ainsi nous sommes ramené au problème de l'obstacle dans un guide, ce dernier étant terminé par des impédances caractéristiques et parcouru par un seul type d'onde.

2°) REFLECTEURS - THEORIE.

La finesse des franges dépend, comme nous l'avons vu précédemment, du pouvoir réflecteur. Par analogie avec l'optique il serait naturel de considérer des couches minces d'argent ou autres conducteurs. Mais à travers ces conducteurs l'atténuation serait très grande (20 db par micron) ce qui exclut ce type de réflecteur. Il est donc nécessaire de considérer d'autres méthodes pour obtenir une haute réflectivité sans atténuation.

a) Circuits équivalents des réflecteurs (12).

Les réflecteurs peuvent être représentés par un quadripole et ses éléments de matrice (courant et tension). (fig. 10a page24).

Dans les formules des lignes de transmission les tensions et courants sont directement proportionnels aux champs électriques et magnétiques E et H.

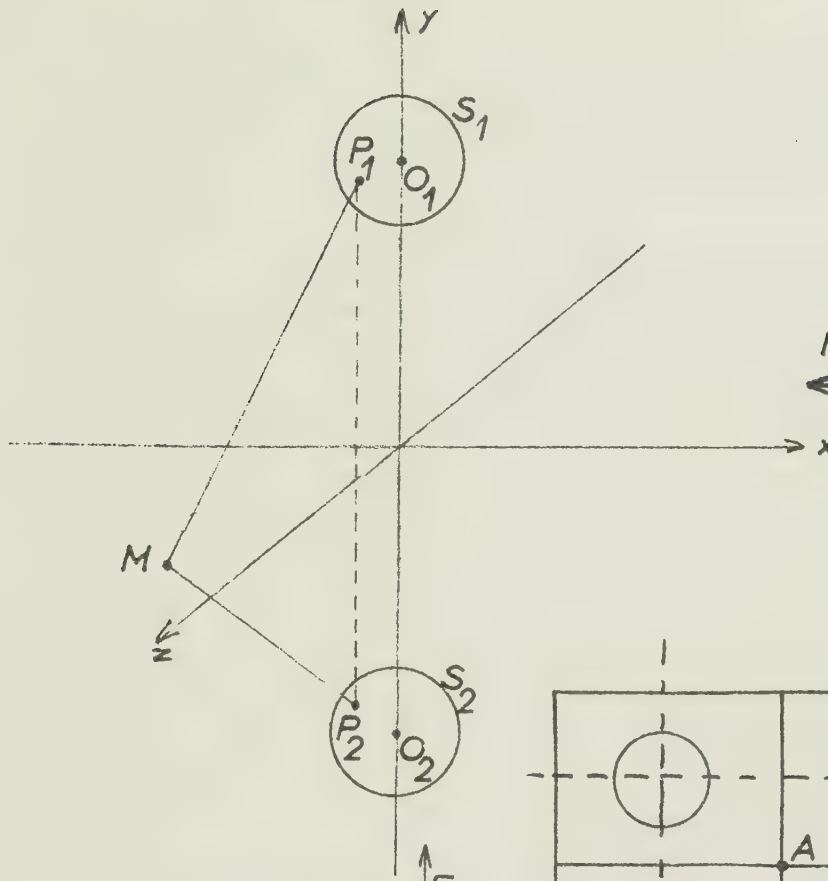
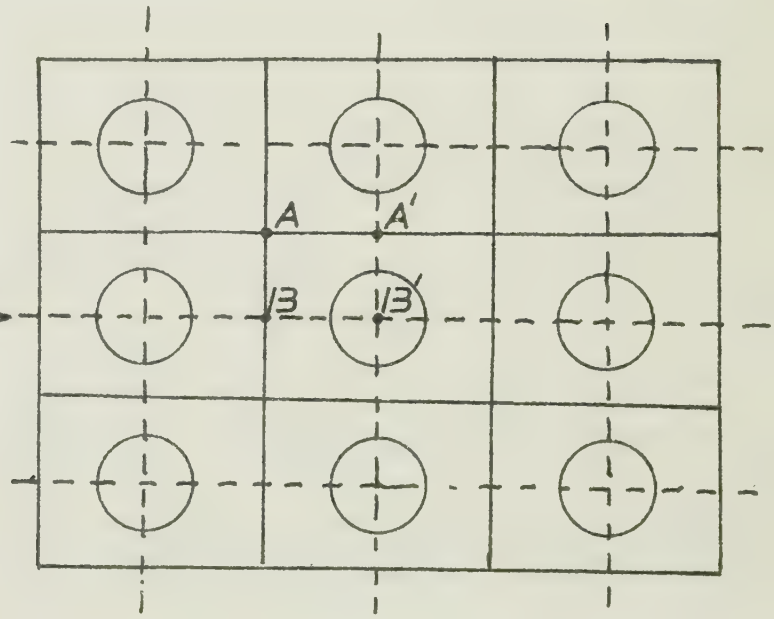


Fig. 7

Fig. 9



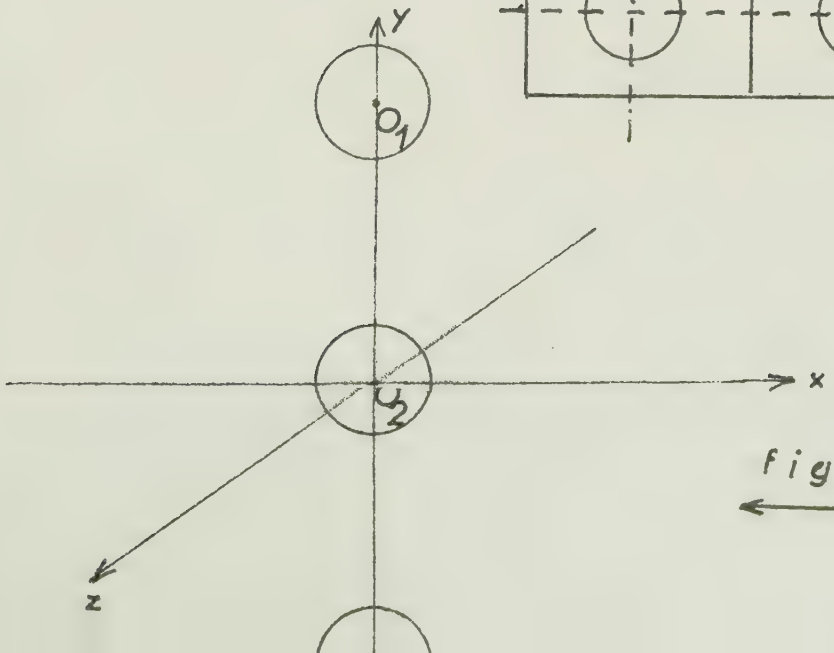


Fig. 8

Nous supposons que l'interaction entre les discontinuités le long de notre ligne de transmission n'aura lieu qu'avec l'onde plane dominante qui sera ici le mode T E M dominant, les autres modes étant evanescents ou atténués.

De plus nous avons un nombre fini d'éléments en cascade, distants d'une longueur l et devons calculer les coefficients de réflexion et de transmission. Les relations de tension et courant qui existent sur une ligne de transmission de longueur $\frac{l}{2}$ peuvent être exprimées par les équations;

$$V_{n+1} = V_n \cosh \frac{gl}{2} + I_n Z_o \sinh \frac{gl}{2}$$

$$I_{n+1} = I_n \cosh \frac{gl}{2} + \frac{V_n}{Z_o} \sinh \frac{gl}{2}$$

Z_o = impédance caractéristique

g = constante de propagation de la ligne de transmission.

Nous pouvons écrire (voir figure 10(b) page 24)

$$\begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & , & b \\ c & , & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} \qquad \text{avec } a^2 - bc = 1$$

$$(1) \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \frac{gl}{2} & Z_o \sinh \frac{gl}{2} \\ \frac{1}{Z_o} \sinh \frac{gl}{2} & \cosh \frac{gl}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh \frac{gl}{2} & Z_o \sinh \frac{gl}{2} \\ \frac{1}{Z_o} \sinh \frac{gl}{2} & \cosh \frac{gl}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix}$$

En général le système consiste en un nombre de discontinuités sur la même ligne de transmission et nous pourrons utiliser un système normalisé, toutes les impédances étant exprimées en terme de Z_o

Impédance d'entrée $Z_{n+1} = \frac{V_{n+1}}{I_{n+1}}$

Impédance de sortie $Z_n = \frac{V_n}{I_n}$

L'impédance réduite z_o peut s'exprimer en fonction du coefficient de réflexion r

$$\frac{E}{H} = z = \frac{E_{incident}(1 + r)}{H_{incident}(1 - r)} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}(1 + r)}{1 - r}$$

$$z_o = \frac{1 + r}{1 - r} \qquad \text{D'où} \quad r = \frac{z_o - 1}{z_o + 1}$$

$$r = \frac{V_o/I_o - 1}{V_o/I_o + 1} = \frac{V_o - I_o}{V_o + I_o}$$

Dans le cas du réflecteur pour la $n^{ième}$ discontinuité nous avons

$$r_n = \frac{V_n - I_n}{V_n + I_n} = \frac{B_n}{A_n}$$

$$r_{n+1} = \frac{V_{n+1} - I_{n+1}}{V_{n+1} + I_{n+1}} = \frac{B_{n+1}}{A_{n+1}}$$

A_n, B_n ... étant les amplitudes complexes des ondes incidentes et réfléchies aux terminaisons respectives.
En utilisant l'équation (1) on obtiendrait une formule de récurrence pour r_{n+1} .

b) <u>Equations pour un type général de discontinuité</u>. (12)

Les réflecteurs de l'interféromètre sont composés comme nous le verrons à la fin de ce chapitre soit de plaques perforées, de réseaux de tiges, de plaques de diélectrique etc...

Prenons par exemple une plaque perforée étudiée au début de ce chapitre. Nous avons vu que nous étions ramené au problème de

L'obstacle dans un guide et cet obstacle affecte la transmission de l'onde électromagnétique. Il est cause d'une réflexion partielle de l'onde et est équivalent à une discontinuité sur une ligne de transmission. A cette discontinuité seront excités des modes d'ordre élevé mais rapidement atténués.

L'effet de l'obstacle dans le guide peut être représenté par un circuit équivalent dont le choix dépend des plans choisis comme référence dans le guide. Si l'obstacle a des dimensions longitudinales très petites, son circuit équivalent peut être une simple réactance en parallèle, localisée précisément au point de discontinuité. Si l'obstacle a une épaisseur finie et si le plan de référence est choisi au centre de l'obstacle, le circuit équivalent est habituellement une cellule en T ou en Π qui tend vers une réactance en parallèle lorsque l'épaisseur tend vers zéro.

Soient V_e et V_s les tensions d'entrée et de sortie,
I_e et I_s les courants d'entrée et de sortie de la cellule en T ou en Π représentant la discontinuité, (voir figure 11 et 12, page 24), caractérisée par les impédances Z_A, Z_B et les admittances Y_A, Y_B.

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Y_a + Y_b}{Y_b} & \dfrac{1}{Y_b} \\ \dfrac{Y_a^2 + 2Y_a Y_b}{Y_b} & \dfrac{Y_a + Y_b}{Y_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_a + Z_b}{Z_a} & Z_b \dfrac{(2Z_a+Z_b)}{Z_a} \\ \dfrac{1}{Z_a} & \dfrac{Z_a + Z_b}{Z_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

Pour simplifier, l'une de ces équations peut être mise sous la forme

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} \quad \text{avec } A^2 - BC = 1$$

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{AV_s + BI_s}{CV_s + AI_s} = \frac{AZ_s + B}{CZ_s + A} \quad \text{avec } \frac{V_s}{I_s} = Z_s$$

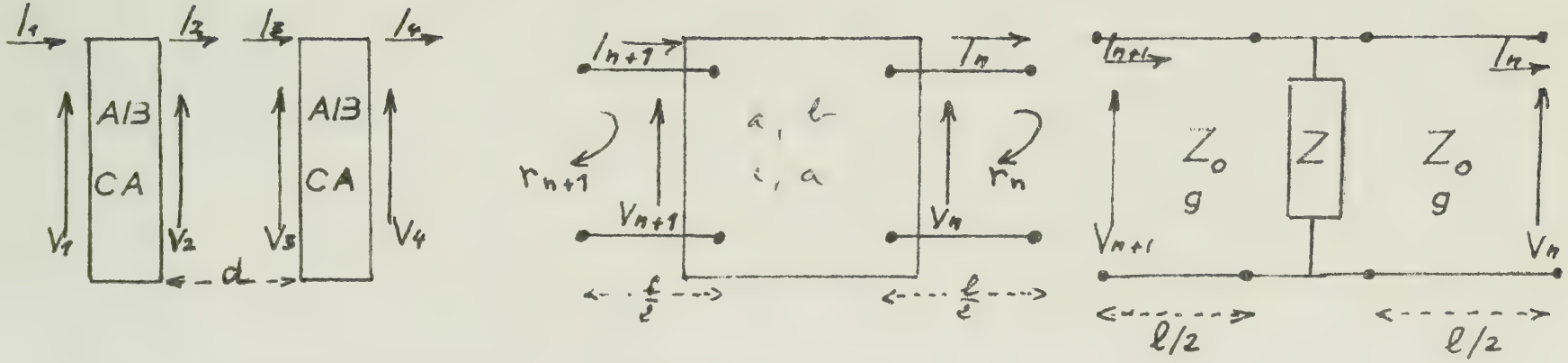


Fig.10 - QUADRIPOLE EQUIVALENT

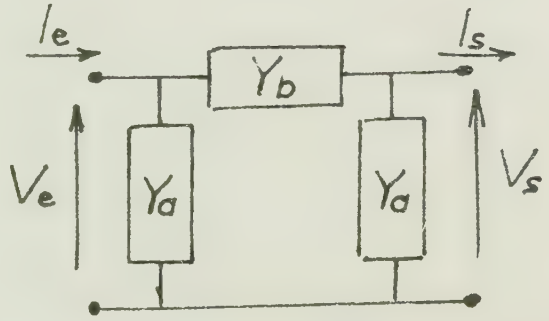


fig. 11

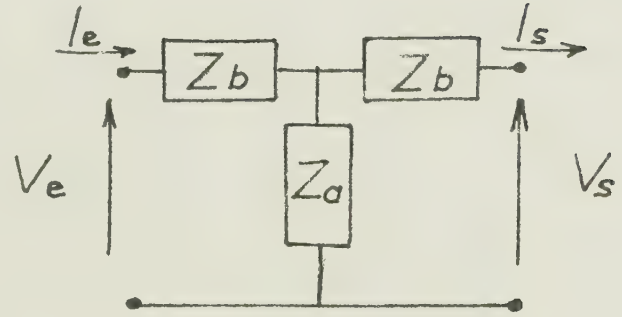


fig. 12

Pour un simple réflecteur avec charge adaptée on a $z_s = 1$ (normalisation). D'où :

$$Z_e = \frac{A + B}{C + A}$$

et $$r_v = \frac{Z_e - 1}{Z_e + 1} \qquad r_v = \frac{B - C}{2A + B + C}$$

r_v étant le coefficient de réflexion (en amplitude) de la tension pour un réflecteur simple.

Pour l'interféromètre de Perot-Fabry nous aurons (figure 13 page 27)

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh gl & \sinh gl \\ \sinh gl & \cosh gl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

Nous pouvons donc calculer $\frac{V_e}{I_e} = Z_e$ et en déduire R ; $(R = \frac{V_e - I_e}{V_e + I_e})$

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A^2 + BC)\cosh gl + (AC+AB)\sinh gl , & 2AB \cosh gl + (A^2+B^2)\sinh gl \\ 2AC \cosh gl + (A^2+C^2)\sinh gl, & (A^2+BC)\cosh gl + (AC+AB)\sinh gl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

$$V_e = V_s(A^2+BC)\cosh gl + V_s(AC+AB)\sinh gl + I_s \times 2AB \cosh gl + I_s(A^2+B^2)\sinh gl$$

$$I_e = V_s(2AC \cosh gl) + V_s(A^2+C^2)\sinh gl + I_s(A^2+BC)\cosh gl + I_s(AC+AB)\sinh gl$$

$$R = \frac{V_e - I_e}{V_e + I_e}$$

$$R = \frac{2A(B - C)\cosh gl + (B^2 - C^2)\sinh gl}{2(A^2 + BC + CA + AB)\cosh gl + (2AC + 2AB + 2A^2 + B^2 + C^2)\sinh gl}$$

$$R = \frac{(B-C)\left[2A\cosh gl + (B+C)\sinh gl\right]}{2(A+B)(A+C)\cosh gl + \left[(A+B)^2 + (A+C)^2\right]\sinh gl}$$

or $\cosh gl = \cos jgl = \frac{1}{2}(e^{-gl} + e^{+gl})$

$$\sinh gl = -j\sin jgl = \frac{1}{2}(e^{+gl} - e^{-gl})$$

R se réduit alors à la forme suivante :

$$R = \left(\frac{B-C}{2A+B+C}\right)\left(\frac{1+e^{-2gl}\left(\frac{A-\frac{1}{2}(B-C)}{A+\frac{1}{2}(B+C)}\right)}{1-e^{-2gl}\frac{(B-C)^2}{(2A+B+C)^2}}\right)$$

$$R = \frac{r_v(1+e^{-2gl}\ \frac{2A-(B+C)}{2A+(B+C)})}{1-r_v^{\,2}\ e^{-2gl}}$$

et comme $g = j\beta$ (constante de propagation)

et $r_v = |r|\ e^{-j\varphi} = \dfrac{j(B-C)}{2A + j(B+C)}$

R devient donc égal à

$$R = \frac{r_v(1 + e^{-j(2\beta l + 2\varphi + \pi)})}{1 - |r|^2\ e^{-2j(\beta l + \varphi)}}$$

et le coefficient en puissance, de l'interféromètre est :

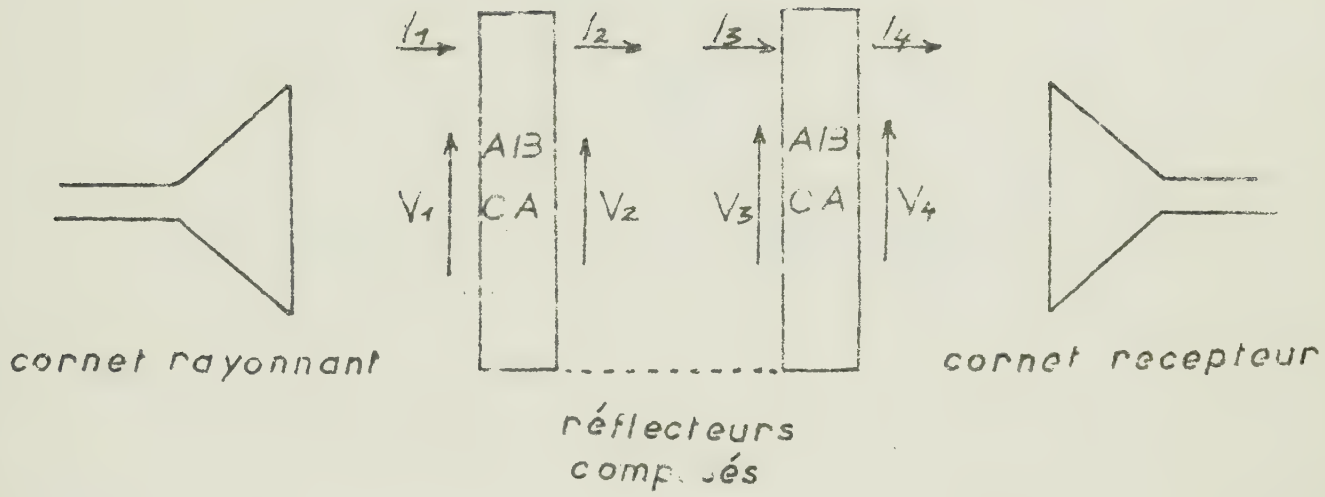

I1
I2
I3
I4
A B
C A
V1
V2
V3
V4
cornet rayonnant
cornet recepteur
réflecteurs
comp. sés

fig . 13

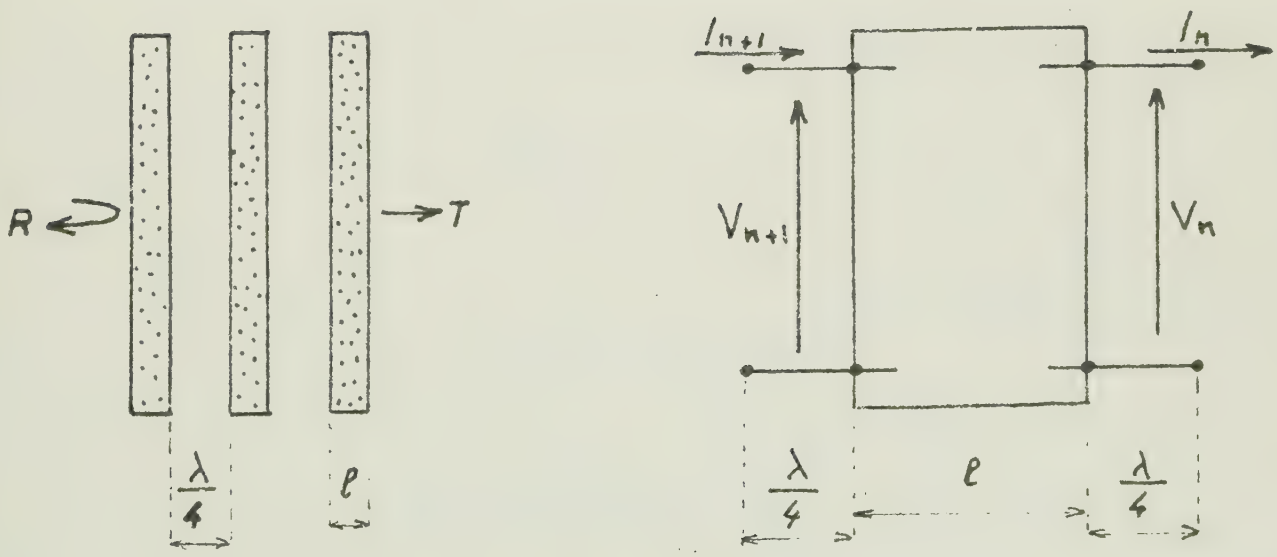

R
T
λ/4
ℓ
In+1
In
Vn+1
Vn
λ/4
ℓ
λ/4

fig . 14

$$R^2 = \frac{4|r|^2 \sin^2(\beta l + \phi)}{1 - 2|r|^2 \cos 2(\beta l + \phi) + |r|^4}$$

De même avec $t = \frac{V_s}{V_e} = \frac{I_s}{I_e} = \frac{2A}{2A+B+C}$ nous aurions

$$T = \frac{\frac{4}{(2A+B+C)^2}\, e^{-gl}}{1 - r_v^2\, e^{-gl}} = \frac{\left[1 - |r|^2\right] e^{-j(\beta l + 2\phi - \pi)}}{1 - |r|\, e^{-j(2\beta l + 2\phi)}}$$

$$|T|^2 = \frac{(1 - |r|^2)^2}{1 - 2|r|^2 \cos 2(\beta l + \phi) + |r|^4}$$

c) Réflecteurs composés de plusieurs plaques de diélectrique (12).

Si Z_d est l'impédance intrinsèque d'une plaque rapportée à l'espace libre comme unité on peut écrire sous forme matricielle (voir figure 14 page 27)

$$\begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh gl & Z_d \sinh gl \\ \frac{1}{Z_d} \sinh gl & \cosh gl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} o & j \\ j & o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix}$$

avec $Z_d = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} (1 + \frac{1}{2} j \operatorname{tg} d)$ (ε = constante diélectrique)

tg d = angle de pertes

$g = \alpha + j\beta$ = constante de propagation

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_d}(1 + \frac{1}{8} \operatorname{tg}^2 d)$ $\qquad \alpha = \frac{2\pi}{\lambda_d} \cdot (\operatorname{tg} \frac{d}{2})$

$\lambda_d = \lambda$ dans le diélectrique $= \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon}}$

$$Z_{n+1} = \frac{V_{n+1}}{I_{n+1}} = \frac{Z_n Z_d \sinh gl + \cosh gl}{Z_n \cosh gl + \frac{1}{Z_d} \sinh gl}$$

$$Z_{n+1} = \frac{Z_d \left[1 - e^{-2gl} \left(\frac{Z_d Z_n - 1}{Z_d Z_n + 1} \right) \right]}{1 + e^{-2gl} \left(\frac{Z_d Z_n - 1}{Z_d Z_n + 1} \right)}$$

$$\text{Or} \quad Z_n = \frac{1 + r_n}{1 - r_n}$$

Nous poserons : $\frac{Z_d - 1}{Z_d + 1} = R_{o1}$. Or : $r_{n+1} = \frac{Z_{n+1} - 1}{Z_{n+1} + 1}$

$$\frac{Z_d Z_n - 1}{Z_d Z_n + 1} = \frac{Z_d(1 + r_n) - (1 - r_n)}{Z_d(1 + r_n) - (1 - r_n)} = \frac{r_n + \frac{Z_d - 1}{Z_d + 1}}{r_n \left(\frac{Z_d - 1}{Z_d + 1} \right) + 1} = \frac{r_n + R_{o1}}{r_n R_{o1} + 1}$$

$$Z_{n+1} = \frac{Z_d(R_{o1} r_n + 1) - Z_d e^{-2gl} (r_n + R_{o1})}{r_n R_{o1} + 1 + e^{-2gl} (r_n + R_{o1})}$$

$$r_{n+1} = \frac{Z_d(R_{o1} r_n + 1) - Z_d e^{-2gl}(r_n + R_{o1}) - (r_n R_{o1} + 1) - e^{-2gl}(r_n + R_{o1})}{Z_d(R_{o1} r_n + 1) - Z_d e^{-2gl}(r_n + R_{o1}) + r_n R_{o1} + 1 + e^{-2gl}(r_n + R_{o1})}$$

$$r_{n+1} = \frac{(Z_d - 1)(r_n R_{o1} + 1) \quad e^{-2gl}(r_n + R_{o1})(Z_d + 1)}{(Z_d + 1)(r_n R_{o1} + 1) - e^{-2gl}(r_n + R_{o1})(Z_d - 1)}$$

$$= \frac{R_{o1}(r_n R_{o1} + 1) - e^{-2gl}(r_n + R_{o1})}{r_n R_{o1} + 1 - e^{-2gl}(r_n + R_{o1}) R_{o1}}$$

$$r_{n+1} = \frac{r_n (R_{o1}^2 - e^{-2gl}) + R_{o1}(1 - e^{-2gl})}{r_n R_{o1} (1 - e^{-2gl}) + 1 - R_{o1}^2 e^{-2gl}}$$

Si $l = \frac{\lambda_d}{4}$ $\quad e^{-2gl} = +e^{-2\frac{\lambda_d}{4}\left(\frac{2\pi}{\lambda_d} tg\frac{d}{2} + j\frac{2\pi}{\lambda_d} + j\frac{2}{d}\frac{tg^2 d}{8}\right)}$

$$= e^{-\pi\left(tg\frac{d}{2} + j + j\frac{tg^2 d}{8}\right)} \# e^{-\pi tg\frac{d}{2}} = K$$

D'où $\quad r_{n+1} = \dfrac{r_n(R_{o1}^2 + K) + R_{o1}(1 + K)}{r_n R_{o1}(1 + K) + 1 + R_{o1}^2 . K}$

Quand tgd = 0, nous avons (r_o étant évidemment nul) :

$$r_1 = \frac{2 R_{o1}}{1 + R_{o1}^2} = \frac{2(Z_d-1)(Z_d+1)}{(Z_d+1)^2 + (Z_d-1)^2} = \frac{Z_d^2 - 1}{Z^2_d + 1} = \frac{\frac{1}{\xi} - 1}{\frac{1}{\xi} + 1} = \frac{1 - \xi}{1 + \xi}$$

$$r_2 = \frac{1 - \xi^2}{1 + \xi^2}$$

$$r_n = \frac{1 - \xi^n}{1 + \xi^n}$$

Le pouvoir réflecteur de n plaques de diélectrique dont l'angle de pertes est négligeable est :

$$R_n = \left|\frac{1 - \xi^n}{1 + \xi^n}\right|^2$$

3°) LES DIFFERENTES SORTES DE REFLECTEURS 15

a) En ondes centimétriques

L'utilisation de plusieurs plaques de diélectrique donne de très bons résultats pour des λ supérieurs à 1 cm.

Le diélectrique doit avoir une constante diélectrique assez élevée et un angle de pertes négligeable. En effet pour tgd = o $R_n = \left|\frac{1 - \xi^n}{1 + \xi^n}\right|^2$

augmente avec ε. Des assais ont été faits avec du quartz (r = 3,78 tgd = 0,0004) du polystyrène. Des diélectriques tels que le gaflon, le teflon, le styron 666, pourraient conduire aussi à des résultats acceptables.

Résultats d'expériences de W. Culshaw (n plaques de quartz d'épaisseur1).

n	R_n tgd = 0	R_n tg d = 0,0004	
	$l = \frac{\lambda_d}{4}$	$l = \frac{\lambda d}{4}$	$l = \frac{3\lambda d}{4}$
1	0,33825	0,33820	0,33804
3	0,92860	0,92795	0,92637
5	0,99483	0,99395	0,99224
8	0,99990	0,99900	0,99724

Il apparaît de ce tableau que R diminue quand l'épaisseur des plaques augmente. Pour de petites longueurs d'onde (cas des ondes millimétriques) l'épaisseur des plaques telle que $l = \frac{\lambda d}{4}$ est difficile à obtenir et pour des épaisseurs supérieures, R diminuerait.

Dans ce cas il faut chercher d'autres méthodes pour obtenir des réflecteurs à pouvoir réflecteur tendant vers 1.

b) <u>en ondes millimétriques</u>

n réseaux parallèles sont disposés à des distances $l = \frac{\lambda}{2}$ les uns des autres en général.

La constante de propagation sur une ligne de transmission à plaques parallèles est $g^2 = (\frac{n\pi}{a})^2 - (\frac{2\pi}{\lambda})^2$ pour les modes TE et TM. Pour le mode TEM : n = o et pour que tous les autres modes soient évanescents, la distance "a" de la ligne, c'est-à-dire entre les éléments de chaque réseau, doit être inférieure à $\frac{\lambda}{2}$.

- Réseaux et circuits équivalents dans le cas de plaques infiniment minces.

Réseau de plaques perforées.

La figure 15 montre ce type de réflecteur constitué par une série de trous circulaires régulièrement espacés dans une plaque métallique. Le circuit équivalent et la ligne de transmission adéquate sont représentés figure 15.

La susceptance B du circuit équivalent a été déterminée par plusieurs auteurs (11) et nous donnons sa valeur dans le paragraphe suivant.

Réseau de lamelles capacitives (fig.16 , page 34).

Le système peut aussi être représenté par une ligne de transmission avec des discontinuités capacitives, à la distance l les unes des autres.

Réseau de lamelles inductives (fig.17 , page 34).

Le vecteur électrique E est maintenant parallèle aux lamelles alors que dans le cas précédent il était perpendiculaire. La réactance inductive ainsi que la susceptance capacitive du cas précédent sont données par la référence (11).

- Réseaux et circuits équivalents dans le cas de plaques d'épaisseur finie (figures 18-19-20 , page 35).

Nous sommes ramené aux problèmes d'iris et de "barreaux" dans les guides d'ondes. Les circuits équivalents sont des cellules en T ou en Π.

REMARQUES. Dans tous ces exemples les susceptances et les réactances sont fonction de λ , a, b, d, l, a et b représentant la distance entre les éléments d'un réseau (voir figure) d le diamètre d'un trou où la largeur d'une lamelle et l la distance entre deux réseaux.

4°) APPLICATION DE LA THEORIE DES REFLECTEURS

a) Réseau de plaques perforées d'épaisseur infiniment mince.

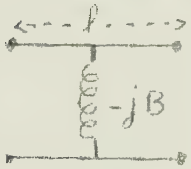


Fig 21

Les valeurs de la susceptance normalisée ont été déterminées par une méthode "de variation" dans le cas où a et b sont plus petits que λ et dans les cas où $\frac{d}{a}$ et $\frac{d}{b}$ sont très inférieurs à λ. Le résultat est donné par Culshaw sous la forme :

$$\frac{B}{Y_o} = \frac{3\,ab\lambda}{8\pi R^3} - \frac{72}{\lambda\pi R^2} \sum_{m=0}^{\infty}{}' \sum_{m=0}^{\infty}{}' \left\{ \frac{\varepsilon_m n^2}{b^2} + \frac{\varepsilon_n m^2}{2a^2} \right\} \times \frac{J_1^2 R \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^{5/2}}$$

où $'$ désigne l'intégration portant sur les nombres entiers pairs seulement et

$$m = \begin{cases} 1 \text{ si } m = 0 \\ 2 \text{ si } m \neq 0 \end{cases} \qquad n = \begin{cases} 1 \text{ si } n = 0 \\ 2 \text{ si } n \neq 0 \end{cases}$$

R est le rayon des trous dans la plaque.

Culshaw indique les valeurs du pouvoir réflecteur des plaques perforées en prenant $\frac{a}{b} = 1{,}285$ $\frac{\lambda}{a} = 1{,}31$

n	5	5	5	5
$\frac{d}{a}$	0,6	0,5	0,4	0,3
B	3,1	5,6	13	34
r^2	0,98362	0,99492	0,99905	0,99986

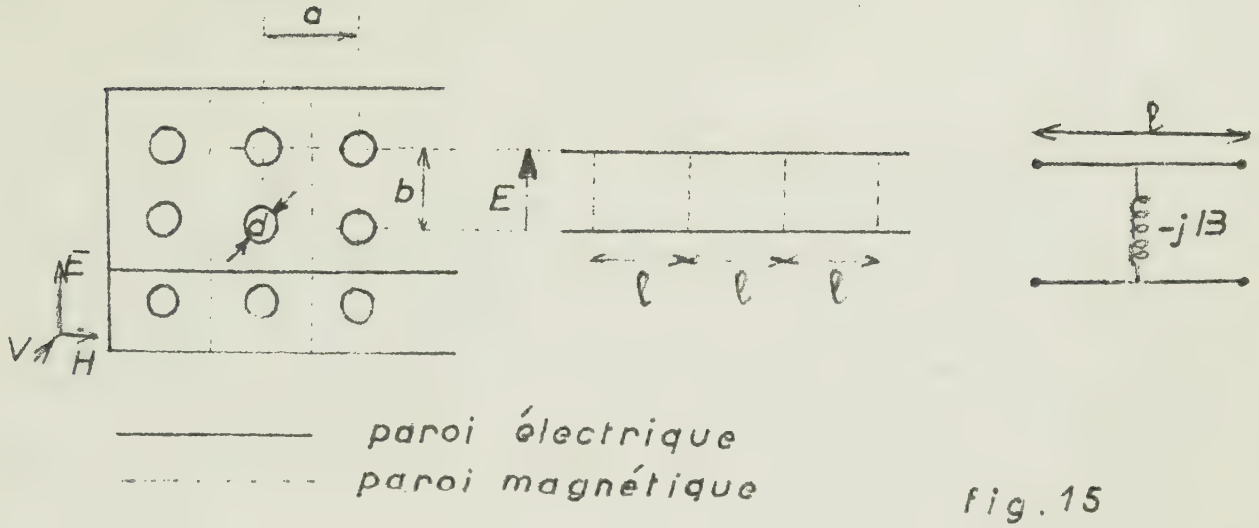


fig. 15

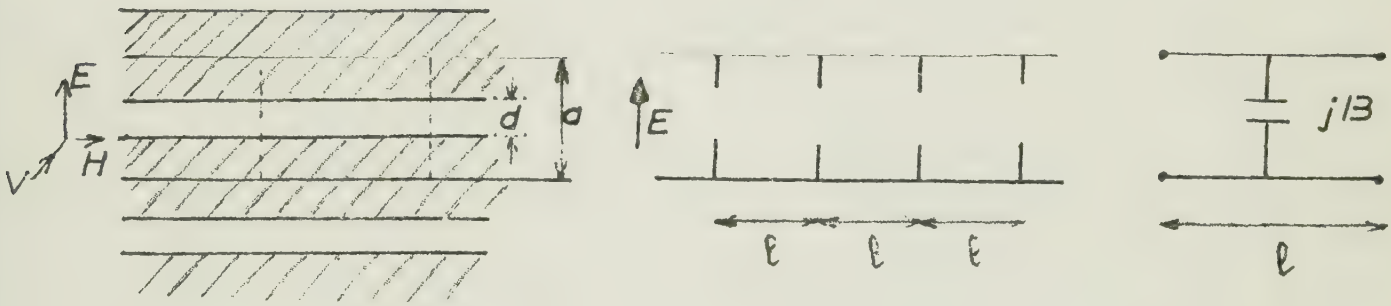


fig. 16

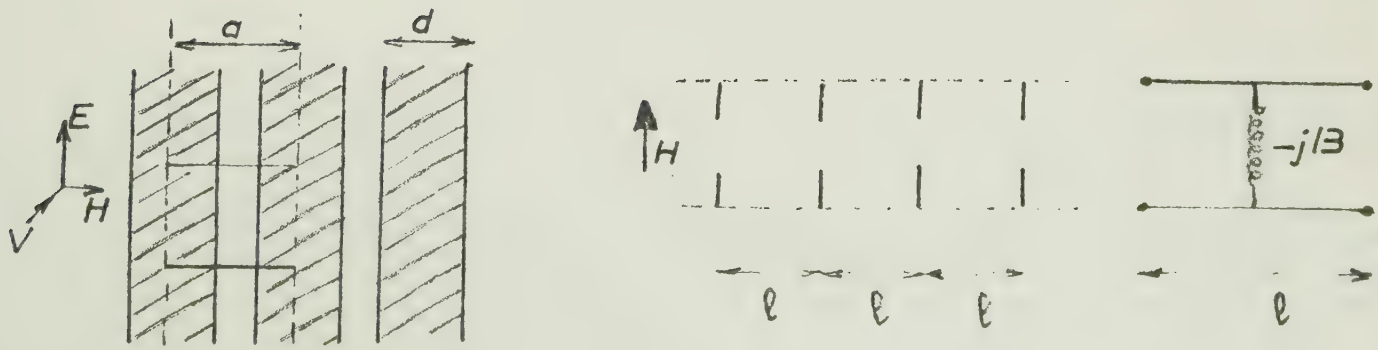


fig. 17

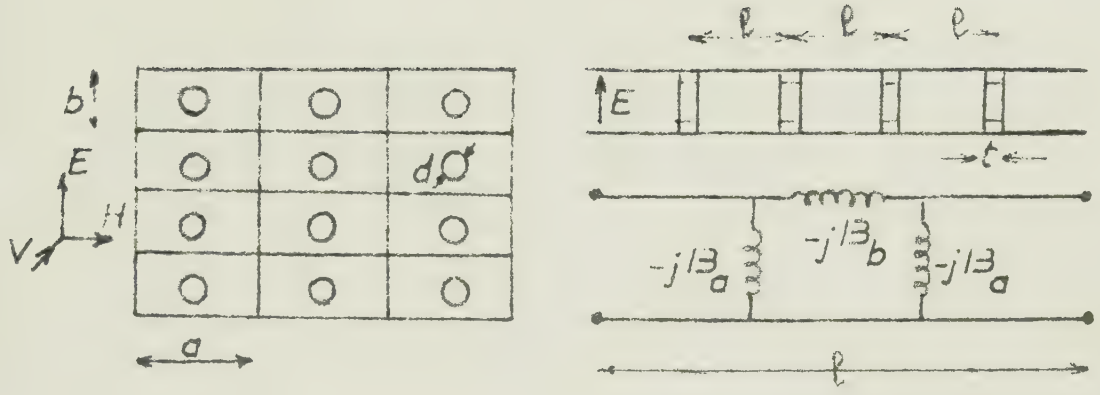


fig . 18

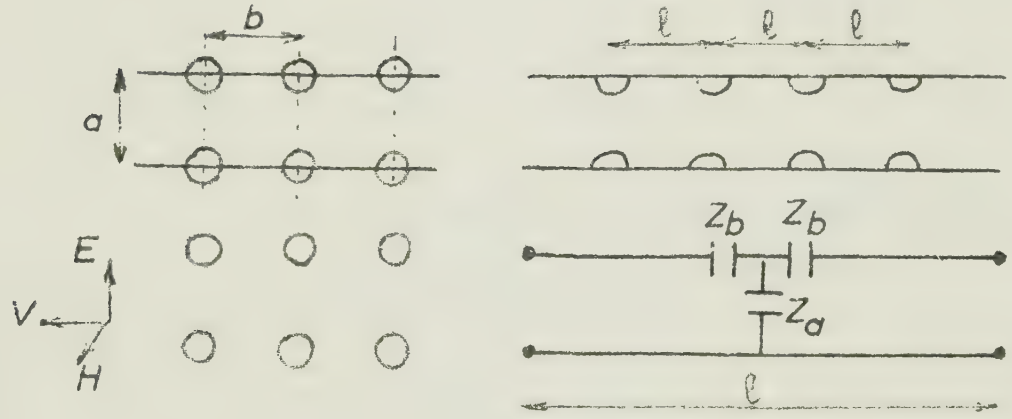


fig . 19

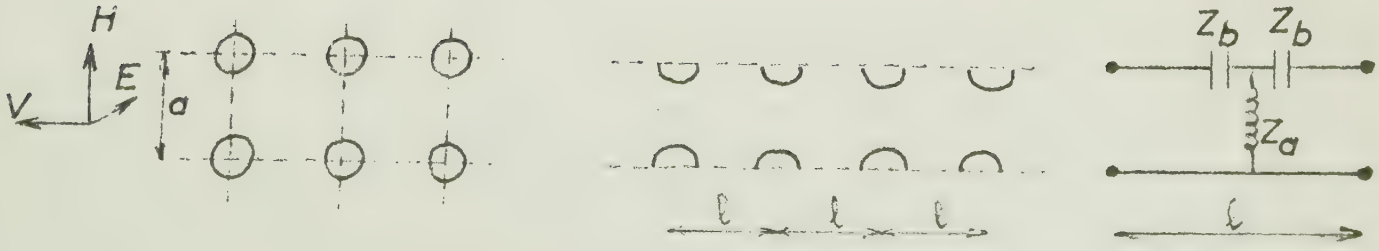


fig . 20

De ce tableau de résultats, nous déduisons donc que le pouvoir réflecteur est déjà très élevé pour 5 plaques et que celui-ci augmente si nous réduisons le diamètre des trous.

La constante d'atténuation pour des modes d'ordre élevé est donnée par :

$$\left[\left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Pour m = 0 n = 2 ou m = 2 n = 0, l'atténuation de ces modes est suffisante (de l'ordre de 39 db) ce qui permet de penser que seul le mode principal TEM pourra se propager.

Les considérations ci-dessus sont valables dans le cas de plaques infiniment minces, c'est-à-dire dans un cas idéal, pratiquement impossible à réaliser ; c'est pourquoi, nous allons dans ce qui suit tenir compte de l'épaisseur "t" des plaques.

b) Réseau de plaques perforées, d'épaisseur finie.

Le réseau équivalent est donné ci-dessous.

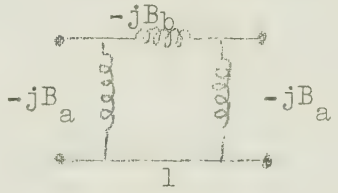


Fig 22

Les valeurs normalisées des susceptances B_a et B_b sont données par le "Waveguide Handbook". (11)

$$\frac{B_a}{Y_o} = \frac{B}{2\,Y_o} + \frac{|Y_o|}{Y_o} \tanh \frac{\pi t}{|\lambda' g|}$$

$$\frac{B_b}{Y_o} = \frac{|Y_o|}{Y_o} \cosh \frac{2\pi t}{|\lambda' g|}$$

où $\frac{|Y_o|^1}{Y_o}$ est le rapport des admittances caractéristiques pour le mode TE_{11} dans le guide d'onde circulaire formé par le trou et celui du guide rectangulaire. Ce rapport est donné dans la section 5.32 du Waveguide Handbook. $\frac{B}{2Y_o}$ = la demi-susceptance effective d'un iris infiniment fin est donnée dans la section 5.4a de la même référence.

$$\frac{B}{2Y_o} \# \frac{3}{4\pi} \frac{ab}{d^3} \lambda_g$$

$$\frac{|Y_o|^1}{Y_o} \# - j \frac{0,446\ ab}{d^3} \lambda_g \sqrt{1 - \left(\frac{1,706}{\lambda}\right)^2}$$

$$\lambda'_g = \frac{1,706\ d}{1 - \left(\frac{1,706\ d}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{2}}$$

Pour le circuit d'admittances en π nous avions

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_a + Y_b}{Y_b} & \frac{1}{Y_b} \\ \frac{Y_a^2 + 2Y_aY_b}{Y_b} & \frac{Y_a + Y_b}{Y_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & t \\ w & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh j\frac{\beta l}{2} & , & \sinh j\frac{\beta l}{2} \\ \sinh j\frac{\beta l}{2} & , & \cosh j\frac{\beta l}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & , & t \\ w & , & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh j\frac{\beta l}{2} & \sinh j\frac{\beta l}{2} \\ \sinh j\frac{\beta l}{2} & \cosh j\frac{\beta l}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix}$$

soit $\begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s & -w \\ -t & -w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix}$ en transformant les cosh et sinh en cos et sin et en prenant $l = \frac{\lambda}{2}$

$$\text{Or} \quad Z_{n+1} = \frac{AZ_n + B}{CZ_n + A} \qquad Z_n = \frac{1 + r_n}{1 - r_n}$$

$$Z_{n+1} = \frac{1 + r_{n+1}}{1 - r_{n+1}}$$

De ces trois dernières équations, on en déduit que :

$$r_{n+1} = \frac{2A - (B+C)\ r_n + (B-C)}{2A + B + C - (B-C)r_n}$$

$$r_{n+1} = \frac{2s - (t+w)\ r_n + (t-w)}{2s + w + t - (t-w)r_n}$$

En comparant $|r|^2_n$ pour une plaque infiniment mince et pour une épaisseur t on voit que $|r|^2_n$ est plus élevé dans le second cas. Ceci est en accord avec les facteurs de couplage pour de tels iris. Le facteur de couplage d'un trou, donné par Bethe est :

$$c = 1 - |r|^2 = -\left\{ 20 \log \frac{3ab\lambda_g}{4\pi d^3} + 32 \left[1 - \left(\frac{1,71d}{\lambda} \right)^2 \right]^{3/2} \frac{t}{d} \right\} \text{dbs}$$

c) - Effets des dimensions finies du réflecteur (13-14-15)

Les réflecteurs de l'interféromètre ont été considérés comme infinis, ce qui en pratique est impossible. Il est donc nécessaire de considérer les effets des dimensions finies du réflecteur.

Le champ en un point d'abscisse x, y, devant le cornet est dû à la superposition des ondes dans le spectre d'ondes planes g(u,v) rayonnées par le cornet, spectre qui est la transformée de Fourier de la distribution du champ dans l'ouverture du cornet.

u, v, w sont les composantes du vecteur propagation dans le système d'axes Ox, Oy, Oz.

Si le réflecteur est disposé perpendiculairement au faisceau rayonné par le cornet et s'il est à une distance z de celui-ci, on a en un point de coordonnées x, y sur le réflecteur

$$E(x,y,z) = \frac{1}{2\pi} \iint g(u,v)\, e^{-j(ux+vy+wz)}\, du\, dv$$

Si r et t sont les coefficients de réflexion et de transmission du réflecteur, ce dernier rayonnera un nouveau spectre d'ondes planes g(u',v').

$$g(u',v') = t \times \frac{1}{2\pi} \iint E(x,y,z)\, e^{j(u'x+v'y)}\, dx\, dy$$

et en remplaçant E(x,y,z) par sa valeur et en supposant que le réflecteur est carré, de cote b, g(u',v') s'écrit

$$g(u',v') = t \times \frac{1}{4\pi^2} \iint g(u,v)\, \frac{\sin(u'-u)b}{u'-u}\, \frac{\sin(v'-v)b}{v'-v} \cdot\cdot$$

$$\cdots\, e^{-jwz}\, du\, dv$$

Si le second réflecteur est à la distance d du premier réflecteur, il rayonnera un spectre g(u",v") :

$$g(u'',v'') = r \times \frac{1}{4\pi^2} \iint g(u',v') \frac{\sin(u''-u')b}{u''-u'} \frac{\sin(v''-v)b}{v''-v} \cdots$$

$$\cdots e^{-j\omega d} \, du'dv'$$

A chaque réflexion entre les réflecteurs, nous aurons une formule du genre ci-dessus et le nouveau spectre sera "dégradé". Nous voyons combien le problème devient compliqué quand le nombre de réflexion est grand. Il est donc inutile de chercher mathématiquement une valeur de la diffraction. Nous nous contenterons de constater que les pertes par diffraction augmentent avec la distance d, ce qui comme nous le verrons est vérifié par l'expérience.

CHAPITRE IV

L'INTERFEROMETRE EN TANT QUE CAVITE

- ACUITE DES FRANGES ET COEFFICIENT DE SURTENSION Q :

D'après l'équation $T^2 = \dfrac{(1 - |r|^2)^2}{1 - 2|r|^2 \cos^2(\beta d + \phi) + |r|^4}$

le coefficient de transmission T est maximum et égal à 1 quand (voir figure 23 page 42)

$$\Psi = \beta d + \phi = n\pi$$

d = distance entre les deux réflecteurs

n = ordre d'interférence $\dfrac{2d}{\lambda}$ $(n = 0, 1, 2 \ldots)$

Le pouvoir réflecteur est maximum quand

$$\beta d + \phi = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$$

D'où :

$$d = \frac{\lambda}{4\pi}\left[(2n + 1)\pi - 2\phi\right]$$

Soit Ψ_1 la valeur de Ψ pour laquelle la puissance transmise est la moitié de sa valeur maximum.

$$1 - 2|r|^2 \cos 2\Psi_1 + |r|^4 = 2(1 - 2|r|^2 + |r|^4)$$

D'où :

$$\cos 2\Psi_1 = 1 - \frac{\left[1 - |r|^2\right]^2}{2|r|^2}$$

Soit $\Delta(\beta d) = \Psi_1$

Or, $\beta d = \dfrac{2\pi d}{\lambda}$ $\quad \Delta(\beta d) = -\dfrac{2\pi d \Delta\lambda}{\lambda^2}$

$$\Delta(\beta d) = \left|(n\pi - \phi)\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| = \Psi_1$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{n\pi - \phi}{\Psi}$$

Ce rapport correspond à la finesse optique F définie par Giacomo.

$$|T|^2 = \frac{\left(1 - |r|^2\right)^2}{1 - 2|r|^2 \cos 2\psi + |r|^4} \qquad \psi = \beta \ell + \phi$$

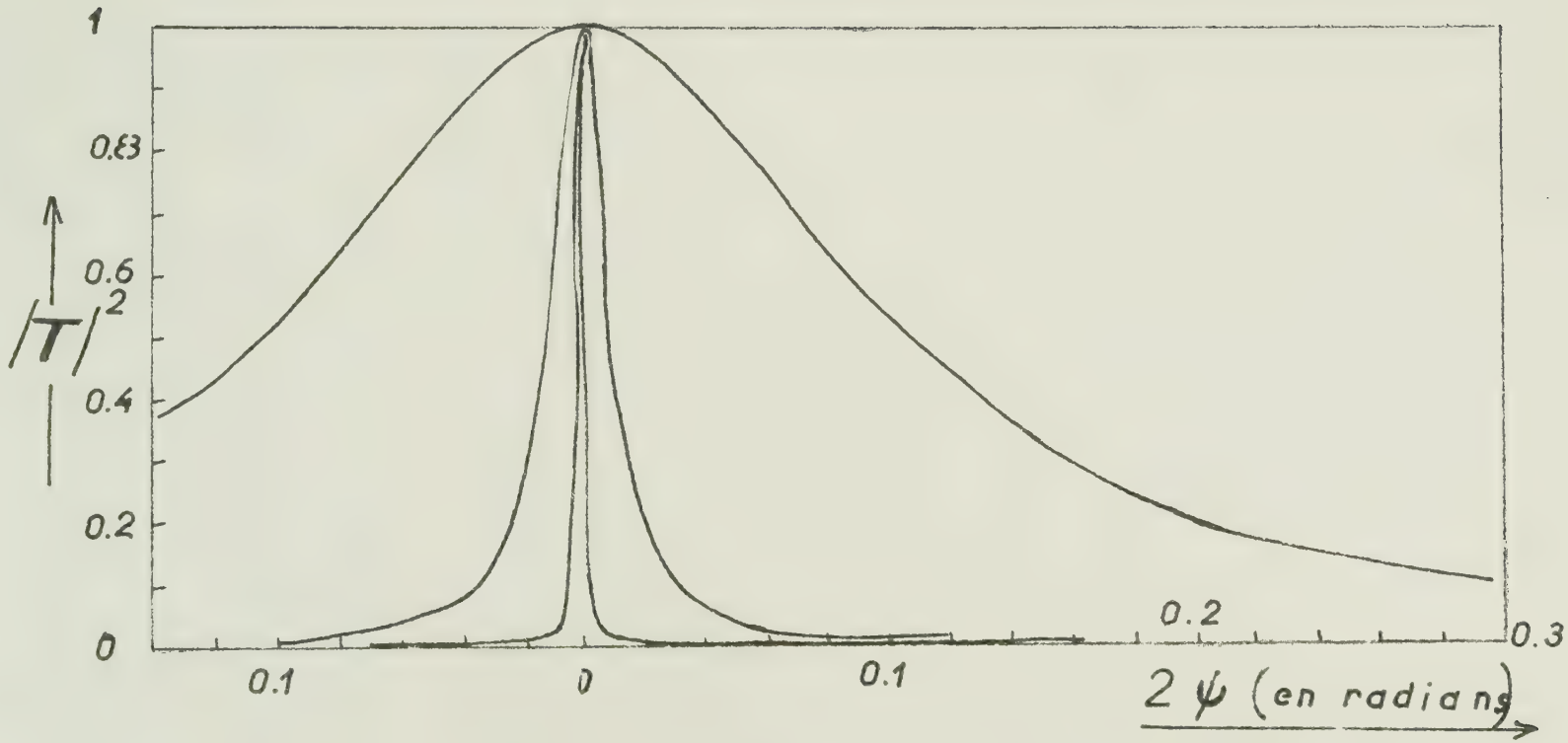


fig. 23 _ ACUITÉ DES FRANGES EN FONCTION DU POUVOIR REFLECTEUR

$$\cos 2\psi_1 = 1 - 2\sin^2 \psi_1$$

$$\sin^2 \psi_1 = \frac{(1 - |r|^2)^2}{4|r|^2} \simeq \psi_1^2$$

$$\psi_1 = \frac{1 - |r|^2}{2r}$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{(n\pi - \phi)\, 2r}{1 - |r|^2}$$

Quand n devient grand le déphasage ϕ est négligeable devant $n\pi$

$$Q_\lambda = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} = \frac{n\pi r}{1 - |r|^2}$$

Pour un pouvoir réflecteur voisin de 1 le coefficient de surtension peut s'écrire

$$Q_\lambda = \frac{n\pi}{1 - |r|^2}$$

L'interféromètre sera donc caractérisé par son coefficient de surtension. A la résonance, donc pour $d = \frac{n\lambda}{2}$ nous détectons dans le récepteur des maxima d'intensité puis celle-ci décroît très rapidement lorsque la distance entre réflecteurs diffère légèrement de la distance correspondant à la résonance. (fig. 23 page 42)

Le système réflecteur agit donc comme un filtre entre les cornets émetteurs et récepteurs.

- CAVITE FORMEE PAR DEUX PLAQUES METALLIQUES :

Le système réflecteur peut être considéré comme une large cavité avec deux parois terminales formées de deux plaques métalliques perforées ou par des plaques de diélectrique.

Calculons le coefficient de surtension à vide Q_o d'une cavité composée uniquement de deux plaques métalliques de perméabilité et de permittivité μ et ε et supposons que nous ayons uniquement une onde plane entre les deux plaques.

Le champ électromagnétique est sujet aux conditions aux limites. Ses composantes sont (fig n° 24 page 46).

$$E_y = -2\,j\,E_o \sin \frac{n\pi z}{d}$$

$$\sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}\, H_x = 2\,E_o \cos \frac{n\pi z}{d}$$

$(\frac{\mu_o}{\varepsilon_o})^{1/2}$ est l'impédance intrinsèque de l'espace, d est la distance entre les plaques, n le nombre de demi-longueurs d'onde entre les plaques.

L'énergie emmagasinée par unité de surface des plaques et la puissance moyenne perdue par unité de surface sont

$$W = \tfrac{1}{2}\,\varepsilon R_e \int_e^d E\,E^*\,dz$$

$$P = \frac{1}{2}\,(\frac{\omega\mu}{2\sigma})^{1/2}\,|H|^2$$

ω = fréquence angulaire

σ = conductivité du métal

$$\text{Or } Q_o = 2\pi \frac{\text{énergie emmagasinée}}{\text{énergie perdue par cycle}} = \frac{2\pi W}{P.T}$$

Nous pouvons donc, après calculs, écrire Q_o sous la forme

$$Q_o = \frac{n\pi}{4\,(\frac{\omega\xi}{2\sigma})^{1/2}}$$

$$Q_o = \frac{n\pi}{1 - |r|^2}$$

(le coefficient de réflexion en puissance du métal étant :
$|r|^2 = 1 - (8\,\frac{\xi\omega}{\sigma})^{1/2}$.

Or pour une cavité cylindrique le Q à vide est généralement écrit sous la forme

$$\frac{1}{Q_o} = \frac{a\,\lambda^2}{\lambda_g\,\pi} + \frac{4\lambda^2}{n\,\pi\,\lambda_g^2\,Z_\omega\,\delta\sigma}$$

Le premier terme chiffre les pertes dues aux parois latérales de la cavité alors que le second chiffre celles dues aux parois terminales.

Dans cette dernière équation "a" est l'atténuation en nepers/m. pour le mode et la ligne de transmission, λ_g est la longueur d'onde dans le guide, δ est l'épaisseur de peau et Z_{TE} l'impédance intrinsèque pour le mode donné.

Dans l'interféromètre de Perot-Fabry les pertes des parois latérales sont éliminées et $\lambda_g = \lambda$ de l'espace.

D'où $$\frac{1}{Q_o} = \frac{4}{n\pi\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^{1/2}\delta\pi}$$

avec $$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

$$\frac{1}{Q_o} = \frac{4}{n\pi\left(\frac{2\pi}{\omega\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$Q_o = \frac{n\pi\eta}{4\left(\frac{\omega\varepsilon}{2\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Nous retrouvons bien la valeur de Q_o calculée précédemment. Ceci montre que toutes les pertes dues aux parois latérales dans les cavités classiques sont éliminées. Ces pertes représentent la plus grosse partie des pertes pour le calcul du Q à vide d'un resonateur classique. Il en résulte que le Q à vide d'un interféromètre peut atteindre de très grandes valeurs.

- TEMPS DE DECLIN :

Les plaques ont des dimensions finies. Il en résulte que chaque fois qu'une réflexion a lieu le diagramme de rayonnement effectif ou le spectre d'ondes planes entre les réflecteurs est modifié, l'énergie sera graduellement dispersée à l'extérieur des réflecteurs. Toutefois lorsque cet effet est négligeable on montre qu'une quantité d'énergie dépendant de l'espace "d" et du pouvoir réflecteur R sera perdue entre les plaques.

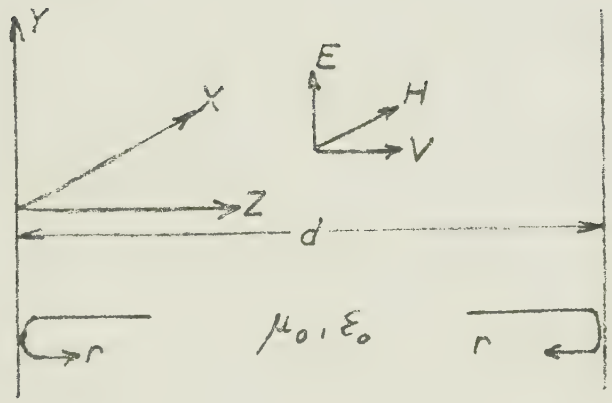
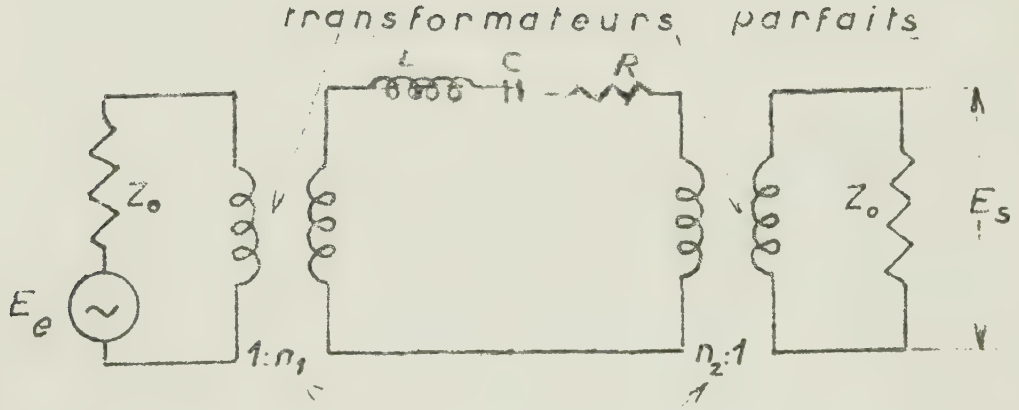


fig . 24 - Cavité



trous de couplage

fig.25 - CIRCUIT EQUIVALENT DE L'INTERFEROMETRE

Si W_o est l'énergie présente dans l'interféromètre au temps $t = 0$, l'énergie qui existe dans celui-ci au temps t est supposée être :

$$W(t) = W_o e^{-\frac{\omega t}{Q}}$$

où ω = fréquence angulaire

Q = coefficient de surtension

On pose : T_D = temps de déclin $= \frac{Q}{\omega}$

L'énergie est égale à $\frac{W_o}{e}$ au bout du temps T_D. Or $Q = \frac{n\pi}{1 - R}$

$$\text{d'où } 1/T_D = \frac{2\pi f(1 - R)}{n\pi} \qquad \text{avec } n = \frac{2d}{\lambda}$$

et d = distance entre les réflecteurs

$$1/T_D = \frac{c(1 - R)}{d}$$

L'énergie dispersée dans l'interféromètre est bien fonction de la distance d entre les réflecteurs et du pouvoir réflecteur des deux parois de la cavité.

- SEPARATION DE FREQUENCE ENTRE LES MODES :

Comme dans les cavités ordinaires la fréquence de résonance est égale à :

$$\lambda = \frac{2}{\left[\left(\frac{q}{d}\right)^2 + \left(\frac{r}{L}\right)^2 + \left(\frac{s}{L}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad \text{pour le mode } T E_{qrs}$$

L = dimension du réflecteur.

Seule l'onde plane est transmise par l'interféromètre. D'où :

$$r = 0 \qquad s = 0$$

Ceci conduit à la valeur de λ à la résonance

$$\lambda = \frac{2d}{q}$$

$$f = \frac{qc}{2d}$$

La séparation de fréquence entre les modes est alors :

$\Delta f = f_2 - f_1$ $\quad f_2$ = fréquence de résonance pour la valeur q+1.

f_1 = fréquence de résonance pour la valeur q.

$$\Delta f = \frac{(q+1)\,c}{2d} - \frac{qc}{2d} = \frac{c}{2d}$$

- COUPLAGE ET CIRCUIT EQUIVALENT DE L'INTERFEROMETRE :

Le circuit équivalent de l'interféromètre par transmission est représenté à la figure 25 page 46.

Les trous (ou la transparence du diélectrique) du système réflecteur peuvent être considérés comme des transformateurs parfaits qui transmettent l'énergie à l'intérieur de la cavité. La région de résonance entre les plaques est représentée par L et C et la résistance R comprend ~~toutes~~ les pertes (pertes dues à l'absorption par les plaques, ~~à la diffraction~~).

E_e est la tension produite par la source et E_s celle obtenue à la sortie de l'interféromètre.

R_g et R_L sont les impédances du circuit émetteur et du circuit récepteur. Mais ceux-ci étant supposés adaptés, nous posons :

$$R_g = R_L = Z_o$$

Les trous de couplage sont représentés dans le circuit équivalent par des transformateurs dont le rapport de transformation est n_1 et n_2.

La surtension à vide est $Q_o = \dfrac{\omega_o L}{R}$

La surtension en charge est :

$$Q_L = \frac{\omega_o L}{R + n_1^2 Z_o + n_2^2 Z_o}$$

D'où $Q_o = Q_L \left(1 + n_1^2 \dfrac{Z_o}{R} + n_2^2 \dfrac{Z_o}{R}\right) = Q_L(1 + \beta_1 + \beta_2)$

β_1 et β_2 étant les paramètres de couplage d'entrée et de sortie

$$\beta_1 = n_1^2 \frac{Z_o}{R} \qquad \beta_2 = n_2^2 \frac{Z_o}{R}$$

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_o} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{Q_o}$$

Toutefois nous devons introduire dans la formule ci-dessus les termes $\frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_p}$ pour chiffrer d'une part les pertes dues à la diffraction, et d'autre part, celles dues au non parallélisme. Finalement le coefficient de surtension en charge s'exprime par la relation

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_o} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{Q_o} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_p}$$

Reprenons l'expression du coefficient de surtension Q_λ en fonction du pouvoir réflecteur

$$Q_\lambda = \frac{n \pi}{1 - R}$$

R, le pouvoir réflecteur, est fonction soit de la constante diélectrique dans le cas de réflecteurs en diélectrique, soit de la dimension des trous dans le cas des réflecteurs en laiton perforé.

Pour le calcul de R nous avons supposé que l'angle de pertes du diélectrique était négligeable ou que la conductivité du laiton était parfaite.

Q_λ est donc tout à fait différent du coefficient de surtension à vide Q_o (qui avec la remarque précédente, serait infini). En fait Q_λ chiffre les pertes dues à la "transparence" du diélectrique ou les pertes par les trous de couplage et représente donc le coefficient ~~de couplage~~ $\frac{\beta_1 + \beta_2}{Q_o}$

D'où finalement :

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_o} + \frac{1}{Q_\lambda} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_p}$$

De la mesure expérimentale de Q_L et du calcul de Q_o et Q_λ nous pourrons ainsi déduire une valeur de $\frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_p}$

CHAPITRE V

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les cornets employés sont des cornets "Philipps" bande X ayant une ouverture carrée de 8 cm de côté.

Le premier réflecteur est placé à une distance minimum de 80 cm du cornet émetteur afin d'être dans la zone de Fraunhoffer. Le deuxième réflecteur varie en position. Pour effectuer des translations de ce dernier par rapport au premier réflecteur fixe nous l'avons monté sur le chariot d'une machine à diviser. Le chariot est solidaire d'une vis micrométrique dont la rotation par manivelle assure le déplacement de celui-ci.

A un tour de manivelle correspond pour le chariot un déplacement de 1 millimètre. Un vernier permet de faire des lectures au 1/200 millimètre.

Nous avons adapté en bout de cette vis un moteur de la Société française d'applications industrielles et rurales de l'électricité, tournant à 30 tours/minute.

En raison de son inertie pratiquement négligeable, le moteur développe un couple maximum à la vitesse utile en un temps inférieur au 1/100 de seconde. Le même avantage existe pour l'inversion du sens de marche.

La puissance transmise par l'interféromètre est recueillie par le cornet récepteur terminé par un porte-cristal à piston accordable.

Un cristal détecteur envoit le signal détecté sur un galvanomètre SEFRAM.

L'enregistrement est assuré par un suiveur de spot alors que le réflecteur mobile se déplace à la vitesse de 3 cm par minute.

Les cornets émetteurs et récepteurs se trouvent à environ 20 cm du niveau de la machine à diviser ce qui, comme nous l'avons montré, permet d'éviter les réflexions sur cette dernière.

I - REGLAGE DE L'ENSEMBLE :

a) - Alignement des cornets et adaptation de l'ensemble afin de recevoir le maximum de puissance sans réflecteur.

b) - Réglage grossier du parallélisme des réflecteurs. Le signal détecté par le récepteur est amplifié puis envoyé sur les plaques de déflexion verticale d'un oscilloscope tandis qu'on envoie sur les plaques de déflexion horizontale la tension modulatrice du klystron. On observe alors sur l'écran le "pip" de la cavité par transmission. Deux tendeurs permettent de régler le parallélisme jusqu'à ce que le pip de la cavité paraisse acceptable.

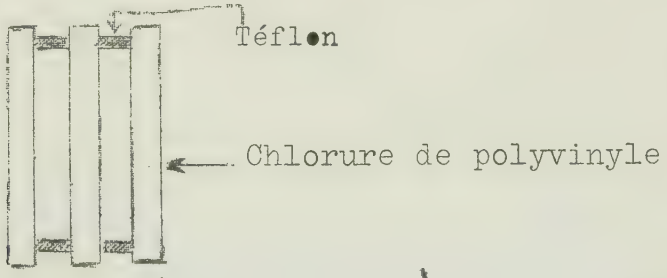
c) - Mesure sur le galvanomètre.

II - REFLECTEURS EN DIELECTRIQUE :

Nous avons fait une première série d'expériences avec des plaques en chlorure de polyvinyle (Lucoflex) de 40 cm de côté et de 5 mm d'épaisseur à une fréquence égale à 9036 Mégacycles ($\lambda = 3{,}32$cm)

La constante diélectrique ε de cette matière étant 2,75 le calcul de la longueur d'onde dans le diélectrique conduit à la valeur $\lambda_d = 2$ cm.

La distance optimale entre les plaques d'un même réflecteur est $\frac{\lambda}{4}$.



Des rondelles de téflon (épaisseur $\frac{\lambda}{4}$ à 1/200 millimètre) disposées aux quatre coins des plaques maintiennent ces dernières à des distances rigoureusement constantes entre elles.

- Calcul du pouvoir réflecteur de n plaques composant le réflecteur:

Pour calculer le pouvoir réflecteur, nous utilisons la formule de la page 29.

$$r_{n+1} = \frac{r_n \left(R_{01}^2 - e^{-2gl} \right) + R_{01} \left(1 - e^{-2gl} \right)}{r_n R_{01} \left(1 - e^{-2gl} \right) + 1 - R_{01}^2 \, e^{-2gl}}$$

L'angle de pertes pour le Lucoflex est: $tg\delta = 0{,}017$. Dans le calcul de R il est donc légitime de faire les calculs avec $tg\delta = 0$.

Le pouvoir réflecteur dans ce cas se réduit à l'expression:

$$R = \left| r_n \right|^2 = \left| \frac{1 - \xi^n}{1 + \xi^n} \right|^2$$

- Courbes expérimentales

1) Courbes tracées point par point

On assure le déplacement du réflecteur mobile en tournant la vis de la machine à diviser à l'aide de la manivelle. On trace les franges en portant en ordonnée l'amplitude du signal détecté et en abscisse le déplacement d du deuxième réflecteur à partir d'une certaine position D (D = distance des 2 réflecteurs au début de l'expérience). Des expériences ont été faites avec des réflecteurs composés de n plaques de clorure de polyvynile et de pouvoir réflecteur R. La figure 26 p. 55 reproduit les franges obtenues pour n = 3 (R = 0,870) et D = 616 mm, la fig. 57 celles obtenues pour n = 4 (R = 0,92) et D = 720 mm et enfin la fig. 27 celles obtenues pour n = 5 (R = 0,975) et D = 715 mm. De ces courbes nous avons déduit le coefficient de surtension en charge: $(Q_L)_{n=3} = 112$, $(Q_L)_{n=4} = 309$, $(Q_L)_{n=5} = 580$. L'acuité des franges augmente avec le nombre de plaques mais elle n'augmente pas comme le laisse prévoir la théorie. Nous verrons que ceci est dû aux pertes entrainées par un mauvais parallélisme et que ce dernier influe d'autant plus que R tend vers 1. Nous verrons aussi que dans le cas de plaques perforées (R = 0,976) le coefficient de surtension expérimental atteint des valeurs plus élevées pour des ordres d'interférence comparables. Dans ce dernier cas le réflecteur n'étant composé que d'une plaque perforée le parallélisme est plus facile à réaliser.

2) - Courbes enregistrées

Le moteur entraîne le réflecteur : nous enregistrons alors directement à l'aide du suiveur de spot les franges obtenues avec des réflecteurs composés de plaques de chlorure de polyvinyle.

La courbe page 57 (fig 29) montre les franges enregistrées avec des réflecteurs de 5 plaques et des ordres d'interférence très faibles.

La courbe page 62 (fig 30) représente les franges enregistrées lorsque d varie de 1 cm à 30 cm (l'ordre d'interférence prend les valeurs 1, 2, 3 ... 18).

On constate une diminution d'amplitude lorsque d augmente : en effet nous avons montré que l'énergie dispersée dans l'interféromètre était fonction de d.

3) - Courbes donnant la puissance transmise par l'interféromètre en fonction de la fréquence pour une distance fixe entre les deux réflecteurs (fig 31, page 63).

L'interféromètre joue alors le rôle de monochromateur et ne transmet que les fréquences correspondant aux longueurs d'onde pour lesquelles on a :

$$d = \frac{n\lambda}{2} = (n + 1)\frac{\lambda'}{2} = (n + 2)\frac{\lambda''}{2} \qquad (n = \text{nombre entier})$$

Les fréquences correspondant à ces différentes longueurs d'onde sont des fréquences de résonance.

On vérifie sur la courbe 31 page 63 que la différence de fréquence entre deux fréquences correspondant à deux ordres d'interférence successifs est :

$$\Delta f = \frac{c}{2d} \qquad (c = \text{vitesse de la lumière})$$

pour d = 82,5 cm $\Delta f = 182$ M.c

Δf expérimental = 170 Mc.

Pour un pouvoir réflecteur très grand, Δf est très petit

ce qui implique dans ce cas une stabilisation de fréquence. En fait pour les pouvoirs réflecteurs que nous avons obtenus, la stabilisation n'est pas obligatoire .

Remarque.-

Lorsque le nombre de plaques composant le réflecteur augmente le pouvoir réflecteur $|r|^2$ tend vers 1 et par suite le coefficient de surtension théorique peut atteindre des valeurs extrêmement élevées.

Le réglage du parallélisme devient alors très critique et le coefficient de surtension en charge Q_L n'augmente pas comme le laisse prévoir la théorie.

Pour des réflecteurs composés de 6 plaques, Q_L est peu différent du Q_L obtenu avec 5 plaques.

Ceci est dû, comme nous venons de le dire, au défaut de parallélisme ainsi qu'au manque de planéité des plaques et enfin à la diffraction entraînée par les dimensions finies des plaques.

Mécaniquement on ne peut guère espérer obtenir des plaques parfaitement planes et rigoureusement constantes en épaisseur (celle-ci n'est constante qu'à 10 % près), l'usinage des matières plastiques étant pratiquement impossible sur de telles surfaces.

Diminuer la surface des plaques serait une solution pour atteindre plus facilement une grande précision dans la planéité et le parallélisme, mais dans ce cas les effets de diffraction et les pertes d'énergie seraient accentués.

La courbe page 62 (fig 30) montre comment la puissance maximum transmise diminue lorsque la distance entre les réflecteurs augmente. Avec des plaques de dimensions supérieures, l'énergie serait dispersée moins rapidement vers l'extérieur et la décroissance de la puissance transmise serait moins rapide. Des raisons d'ordre pratique et mécanique nous ont limité en dimensions.

III - REFLECTEURS COMPOSES DE PLAQUES DE LAITON PERFOREES :

Les plaques composant le réflecteur sont des plaques de laiton perforées de 400 mm sur 300mm de côté et d'épaisseur $t = 1$ mm

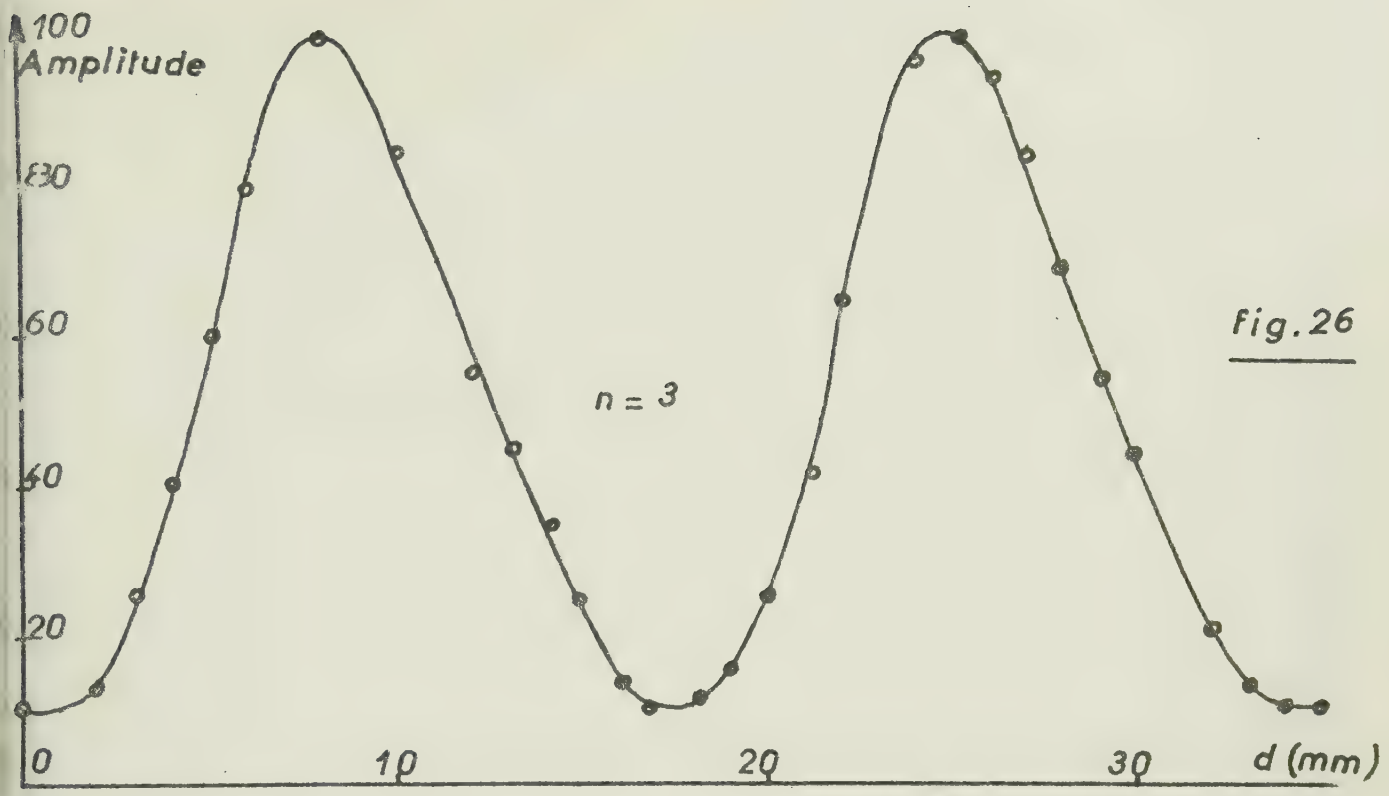


fig.26

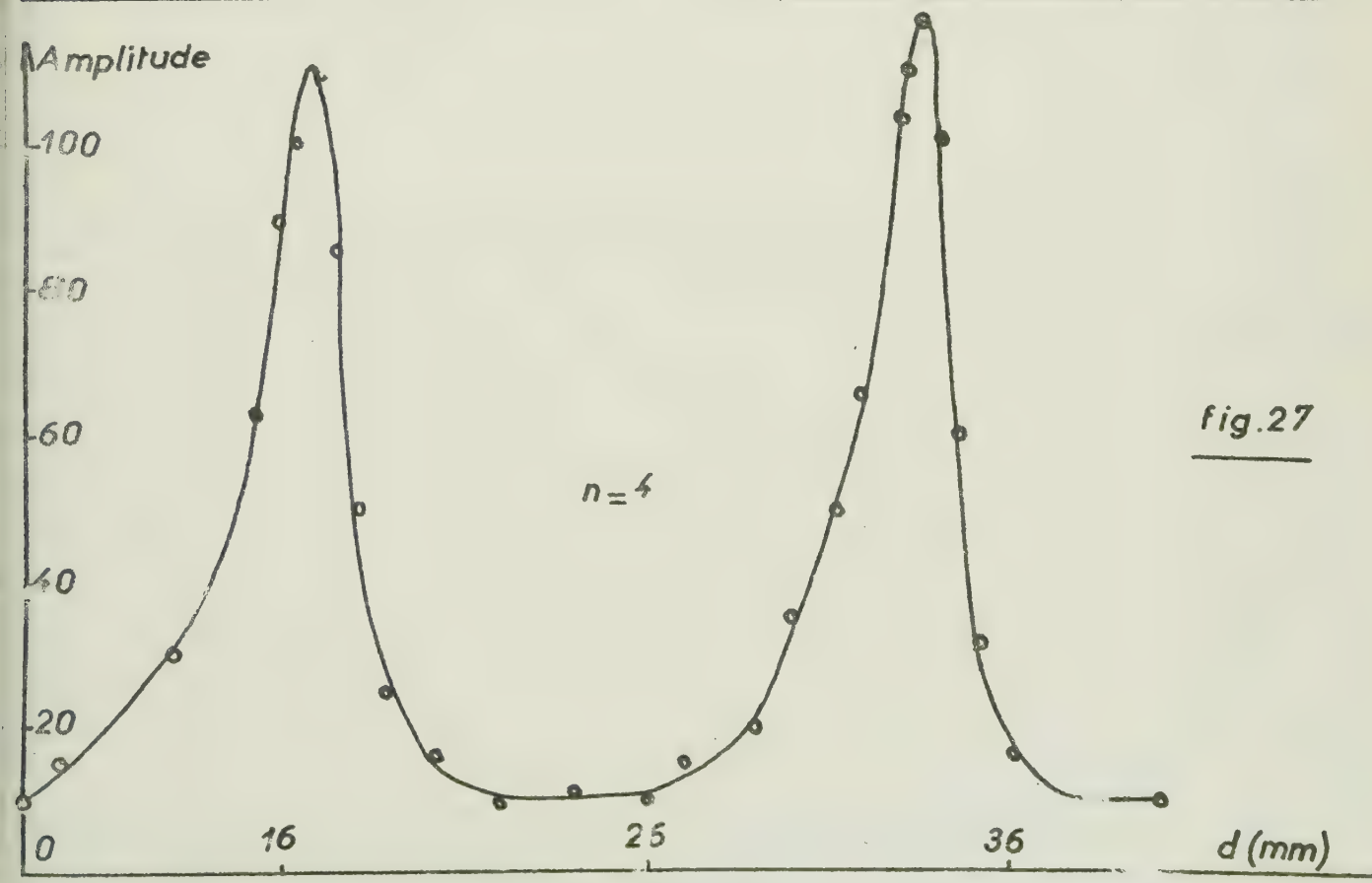


fig.27

Franges obtenues avec des réflecteurs de diélectrique composés de n plaques

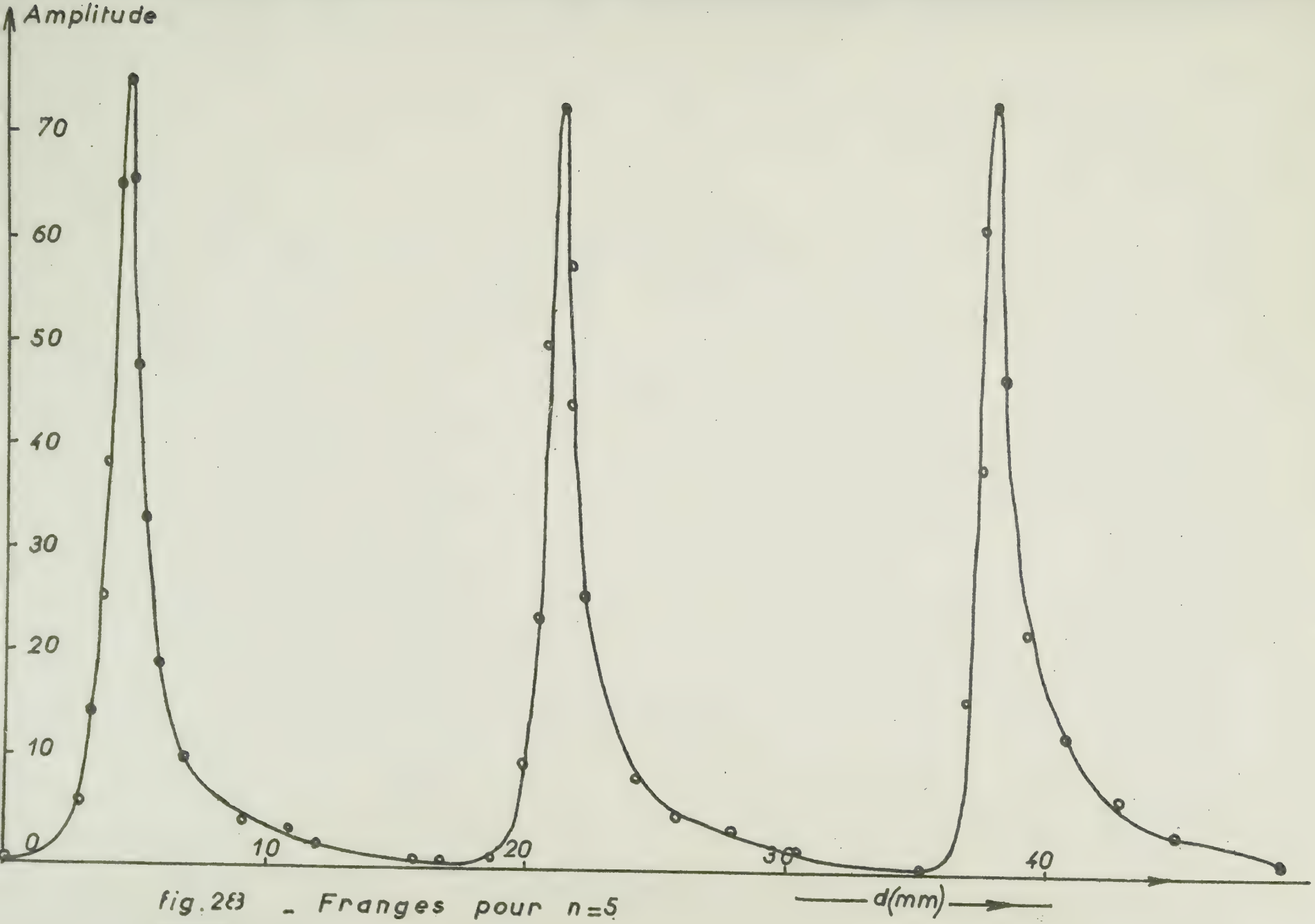
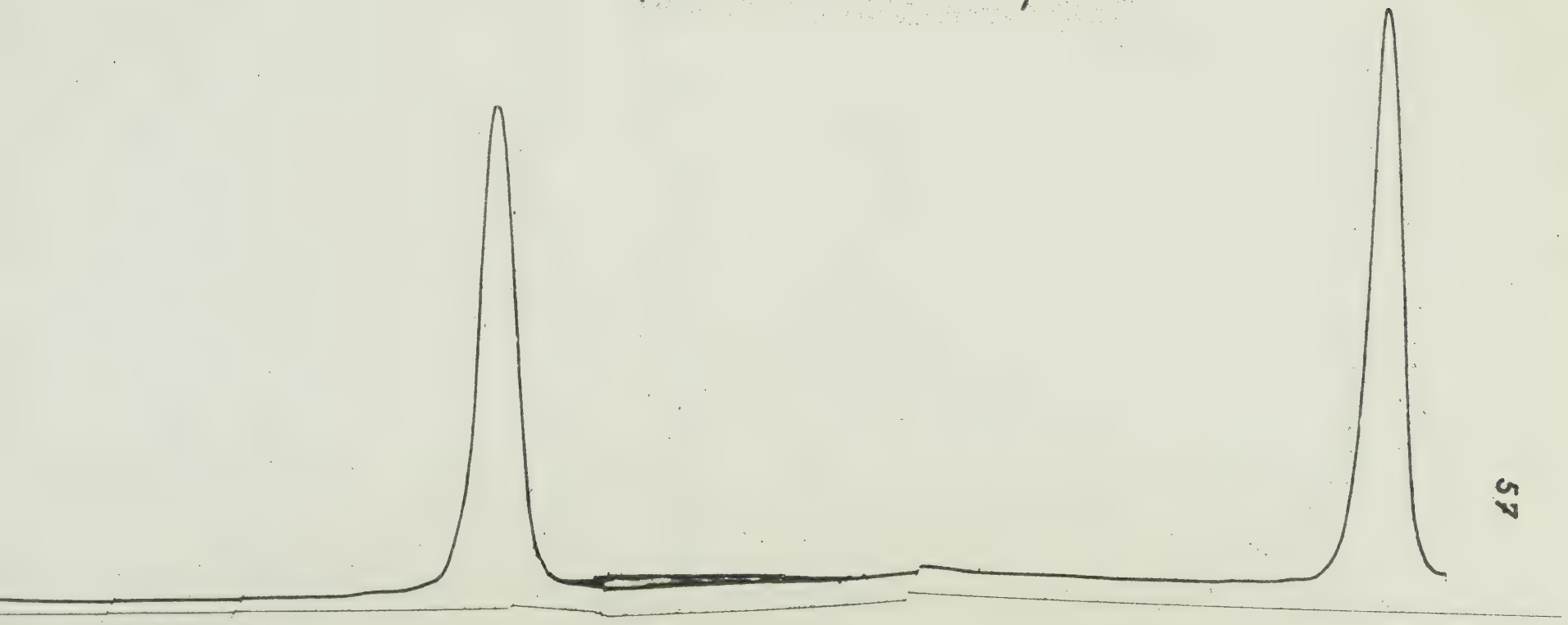


fig. 23 - Franges pour n=5

fig. 29 - Enregistrement à grande vitesse.

(diélectrique)



57

Les trous sont espacés de a = 2,3 cm et de b = 1 cm et nous travaillons à une fréquence de 9.370 Mh.

Pour des trous de diamètre d = 5 mm, le pouvoir réfecteur calculé est $|r|^2 = 0,998$. Un tel pouvoir réflecteur implique des surfaces très planes et des mises au point (alignement, parallélisme) très délicates. Nous avons donc préféré diminuer le pouvoir réflecteur et le réduire à $|r|^2 = 0,976$ en donnant au diamètre des trous la valeur 7,5 mm.

Pour un tel pouvoir réflecteur, la résonance est encore aigüe et ne peut pas être enregistrée avec le suiveur de spot, à moins de réduire considérablement la vitesse du moteur.

Nous avons donc tracé des courbes point par point en déplaçant le réflecteur mobile avec la vis micrométrique. La courbe page 64 (figure 32) donne l'amplitude du signal détecté en fonction de la distance d entre les réflecteurs. Sur cette figure, la première résonance a lieu pour un ordre d'interférence égal à n = 11 (d = 17,6 cm) et la seconde pour n = 10 (d = 16 cm).

ETUDE DE LA PUISSANCE PERDUE PAR DIFFRACTION ET PAR NON PARALLELISME - DETERMINATION DE $\frac{1}{Q_\lambda}$ et $\frac{1}{Q_p}$

Nous avons montré que le coefficient de surtension en charge s'exprimait par la relation (page 49)

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_r} + \frac{1}{Q_\lambda} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_p}$$

a) - Détermination de $\frac{1}{Q_p}$ (16)

Kotik et Newstein ont montré que si deux miroirs ou réflecteurs font entre eux un petit angle d, cet angle diminue le coefficient de réflexion en puissance R de la quantité $4\pi^2 \left(\frac{dL}{\lambda}\right)^2$ où L est le côté du réflecteur et λ la longueur d'onde.

En tenant compte de cette variation ΔR de R, Q_λ s'écrit alors :

$$Q'_\lambda = \frac{n\pi}{1-R+\Delta R} \quad \text{et} \quad \frac{1}{Q'_\lambda} = \frac{1-R}{n\pi} + \frac{\Delta R}{n\pi} = \frac{1}{Q_\lambda} + \frac{1}{Q_p}$$

Le calcul de ΔR à partir de l'angle d nous permet donc de calculer Q_p en fonction de n.

Q_p augmentant avec n, nous en déduisons que les pertes dues au fait que les réflecteurs ne sont pas rigoureusement parallèles sont prépondérentes pour des ordres d'interférence faibles et que pour n grand elles sont négligeables

Remarque : Considérons le rapport $\frac{Q_\lambda}{Q'_\lambda} = \frac{1-R+\Delta R}{1-R}$

Ce rapport montre combien le réglage du parallélisme devient critique lorsque le coefficient de réflexion tend vers 1. Ceci justifie dans le cas de réflecteurs composés de plusieurs plaques de lucoflex, le fait qu'à partir de 6 plaques le coefficient de surtension mesuré Q_L n'augmente pas comme le laisse prévoir la théorie, le manque de précision dans l'épaisseur et la planéité des plaques rendant impossible un parallélisme même approché.

b) - Détermination de $\frac{1}{Q_d}$

Le coefficient de surtension Q_L est tel que :

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_o} + \frac{1}{Q_\lambda} + \frac{1}{Q_d} + \frac{\Delta R}{n\pi}$$

Dans cette expression Q_L est mesurable, Q_λ calculable ainsi que Q_o. Pour Q_o nous avons la relation classique

$$Q_o = \frac{n\pi}{4\left(\frac{\omega\varepsilon}{2\sigma}\right)^{1/2}}$$

ω = fréquence angulaire

ε = permittivité du métal

σ = conductivité du métal

Q_o tel qu'il est écrit ci-dessus représenterait le coefficient de surtension dû aux pertes dans une plaque de laiton non perforée. Dans notre cas il ne faut tenir compte que de la surface du laiton et multiplier Q_o par le rapport $\frac{\text{surface du réflecteur}}{\text{surface en laiton}}$ les pertes par les trous étant contenues dans le terme Q_λ

Nous pourrons ainsi évaluer $\frac{1}{Q_L}$ en fonction de n (ordre d'interférence)

$$\frac{1}{Q_d} = \frac{1}{Q_L} - \frac{1}{Q_o} - \frac{1}{Q_\lambda} - \frac{\Delta R}{n\pi}$$

Nous rappelons que $\frac{1}{Q_L}$ est proportionnel à la puissance totale perdue, $\frac{1}{Q_o}$ à la puissance perdue dans les parois en laiton,

$\frac{1}{Q_\lambda}$ à la puissance perdue par les trous de couplage

$\frac{1}{Q_d}$ à la puissance perdue par diffraction

et $\frac{\Delta R}{n\pi} = \frac{1}{Q_p}$ à la puissance perdue par non parallèlisme.

Les courbes expérimentales $Q_L = f(n)$ et $\frac{1000}{Q_L} = f(n)$ sont représentées par 65 et 66 (pour n = 2, 3 ... 32)
Page 67 nous donnons la courbe $\frac{1000}{Q_d} + \frac{1000}{Q_p} = f(n) = \frac{1000}{Q_L} - \frac{1000}{Q_o} - \frac{1000}{Q_\lambda}$

A titre documentaire des résultats numériques pour quelques valeurs de n (Q_o et Q_λ étant calculés au moyen de formules données précédemment) sont indiqués ci-dessous :

n	Q_L mesuré	$\frac{1000}{Q_L}$	$\frac{1000}{Q_o}$	$\frac{1000}{Q_\lambda}$	$\frac{1000}{Q_d} + \frac{1000}{Q_p}$
2	237	4,209	0,0022	3,82	0,387
3	362	2,761	0,0014	2,54	0,22
4	479	2,089	0,001	1,91	0,178
6	727	1,375	0,0007	1,27	0,1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
26	1 714	0,583	0,00016	0,294	0,289
28	1 750	0,571	0,00015	0,2725	0,299
30	1 785	0,560	0,00014	0,254	0,306

- EVALUATION DE L'ANGLE MOYEN "d" DES DEUX REFLECTEURS

Les pertes par défaut de parallélisme sont prépondérantes lorsque n est faible (c'est-à-dire pour une distance faible entre les réflecteurs) ; il est possible de donner un ordre de grandeur de cet angle à partir de la courbe expérimentale $Q_L = f(n)$ page 65.

Pour $n < 8$ on constate que cette courbe est approximativement une droite $Q_L = A\,n$

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{A\,n} = \frac{1}{Q_\lambda} + \frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_o} + \frac{1}{Q_d}$$

Les deux derniers termes sont négligeables

D'où : $\frac{1}{An} = \frac{1}{Q_\lambda} + \frac{1}{Q_p} = \frac{1-R}{n\,\pi} + \frac{\Delta R}{n\,\pi}$

Soit $\frac{\pi}{A} = 1 - R + \Delta R$ A = pente de la courbe $Q_L = f(n)$ L = 40 cm, λ = 3,2cm, A = 120, R = 0,976

$\Delta R = \frac{\pi}{A} - 1 + R \;\#\; \frac{2}{1000} = 4\frac{\pi^2}{3}\left(\frac{dL}{\lambda}\right)^2$

D'où $d = 0{,}001$ radian soit $d < \frac{1}{10}$ de degré

Cette valeur de d nous permet de tracer la courbe $\frac{1000}{Q_p} = f_2(n)$ et d'en déduire la courbe $\frac{1000}{Q_d} = f_1(n)$ (page 67) en soustrayant la courbe $\frac{1000}{Q_p}$ de la courbe $\frac{1000}{Q_p} + \frac{1000}{Q_d}$

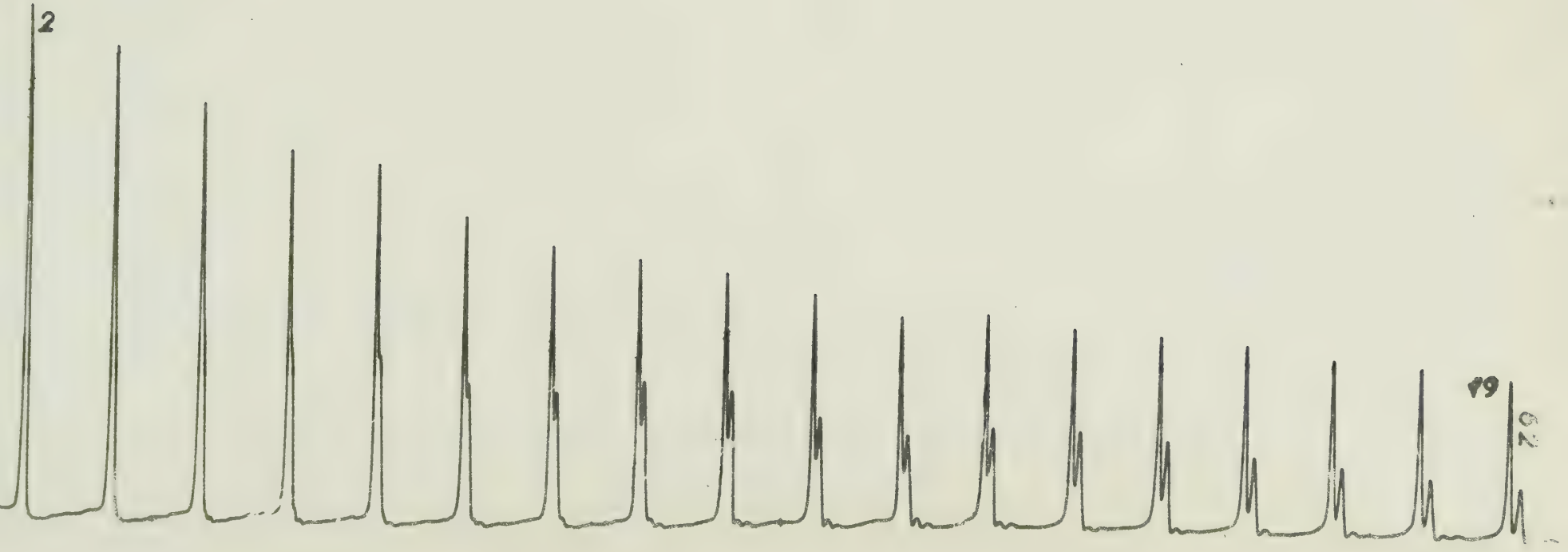
- CONCLUSION :

De ces courbes nous déduisons que les pertes de puissance causées par le non parallélisme sont grandes pour un ordre d'interférence faible et tendent vers une valeur faible lorsque n augmente.

Au contraire les pertes par diffraction, faibles lorsque les réflecteurs sont proches l'un de l'autre, augmentent avec la distance entre les réflecteurs. Ceci apparait très clairement sur les courbes page 67.

fig. 30 Enregistrement (diélectrique)

L'ordre d'interférence
varie de 2 à 19



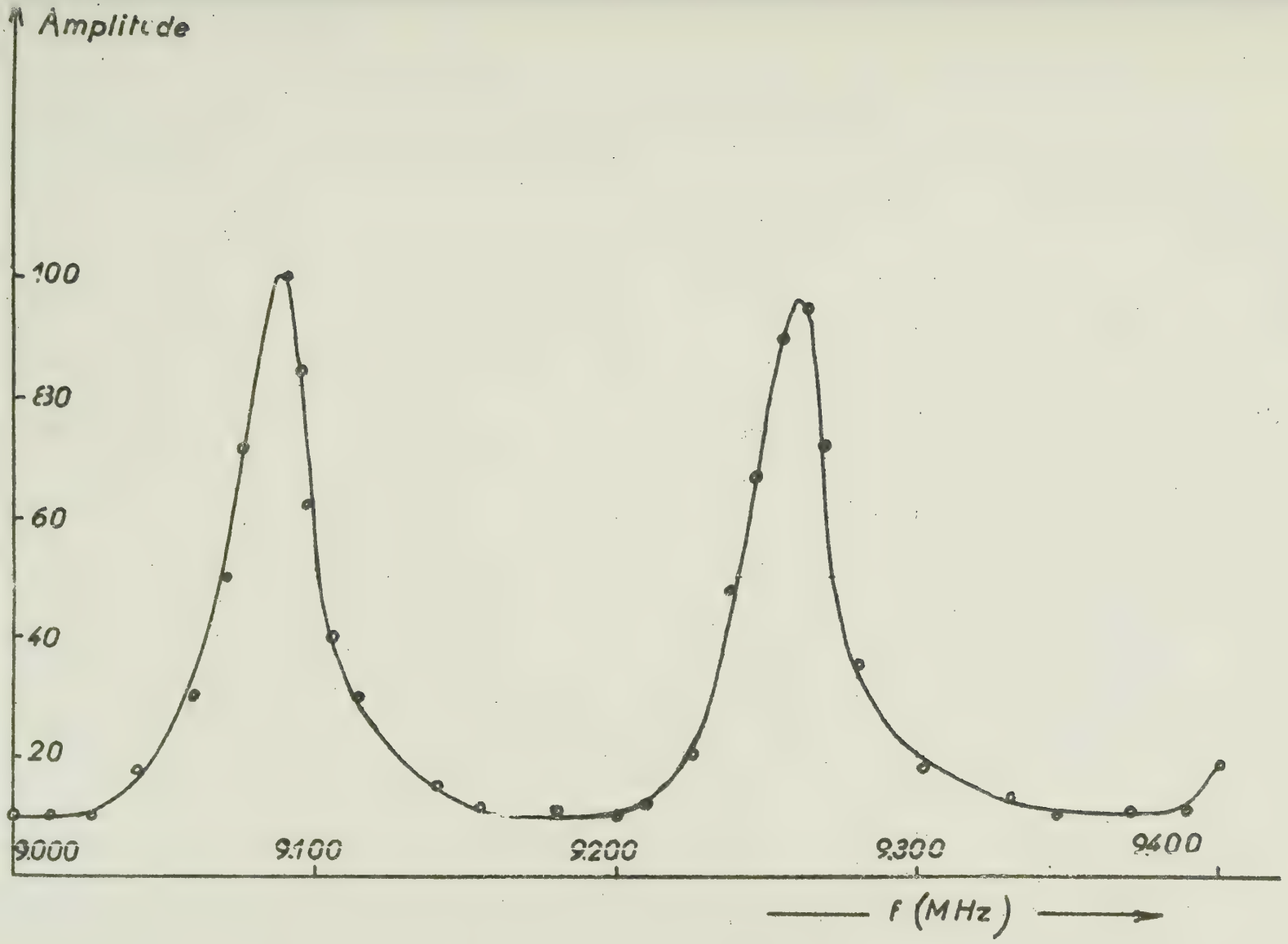
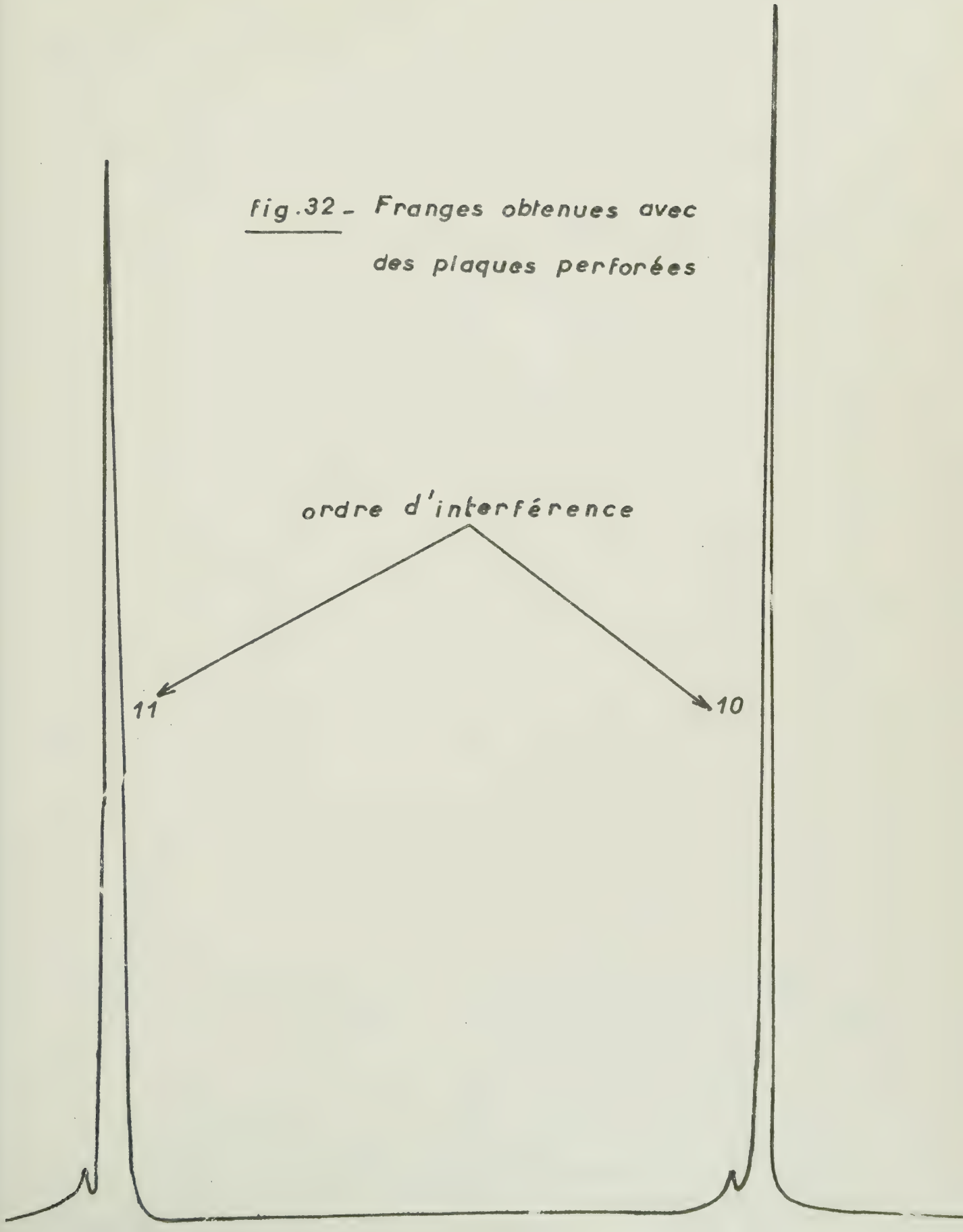


fig. 31 - Amplitude du signal détecté en fonction de la fréquence

fig.32 - Franges obtenues avec des plaques perforées



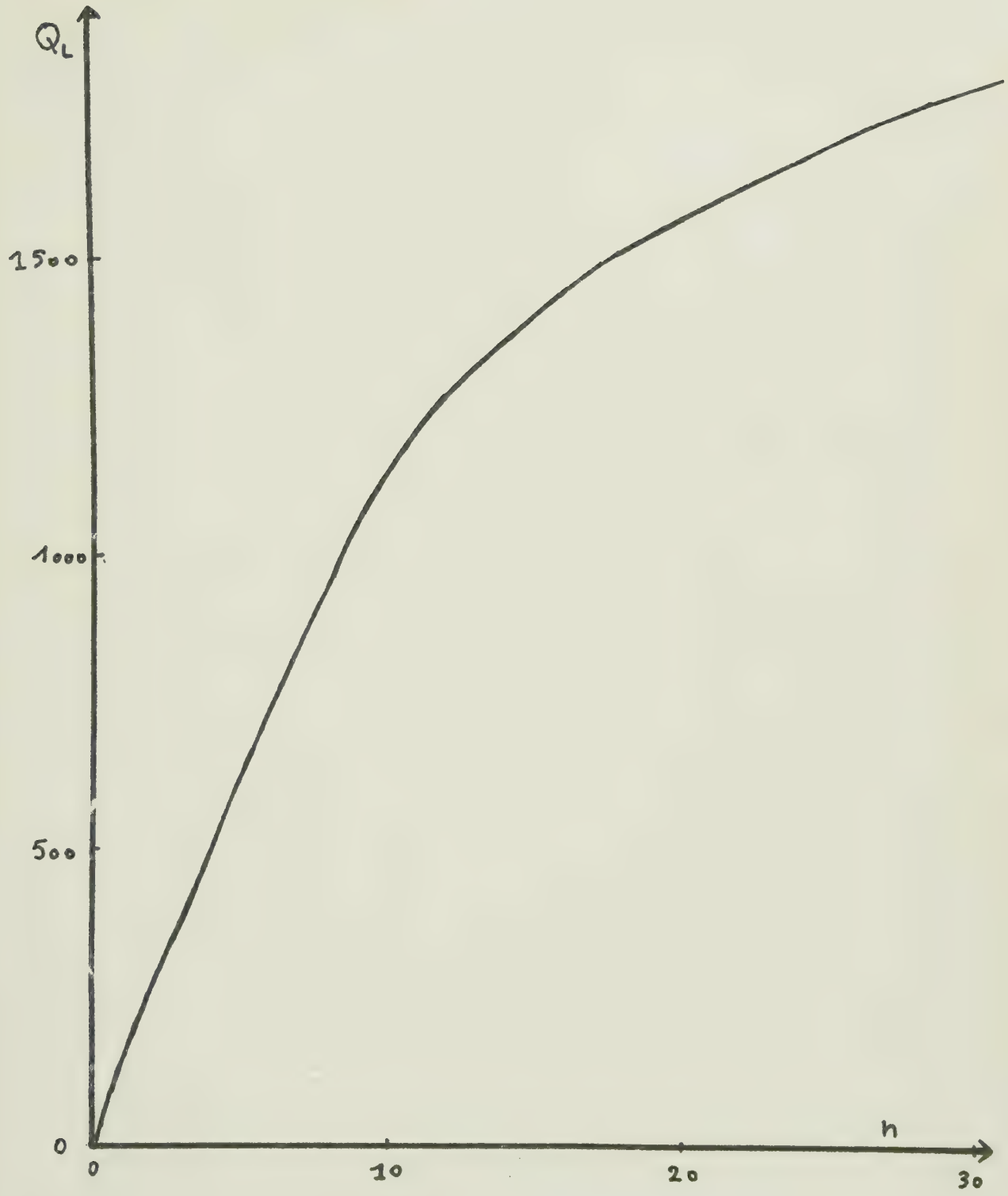


fig. 33 $Q_L = f(n)$

n = ordre d'interférence = 1, 2, 3, ...

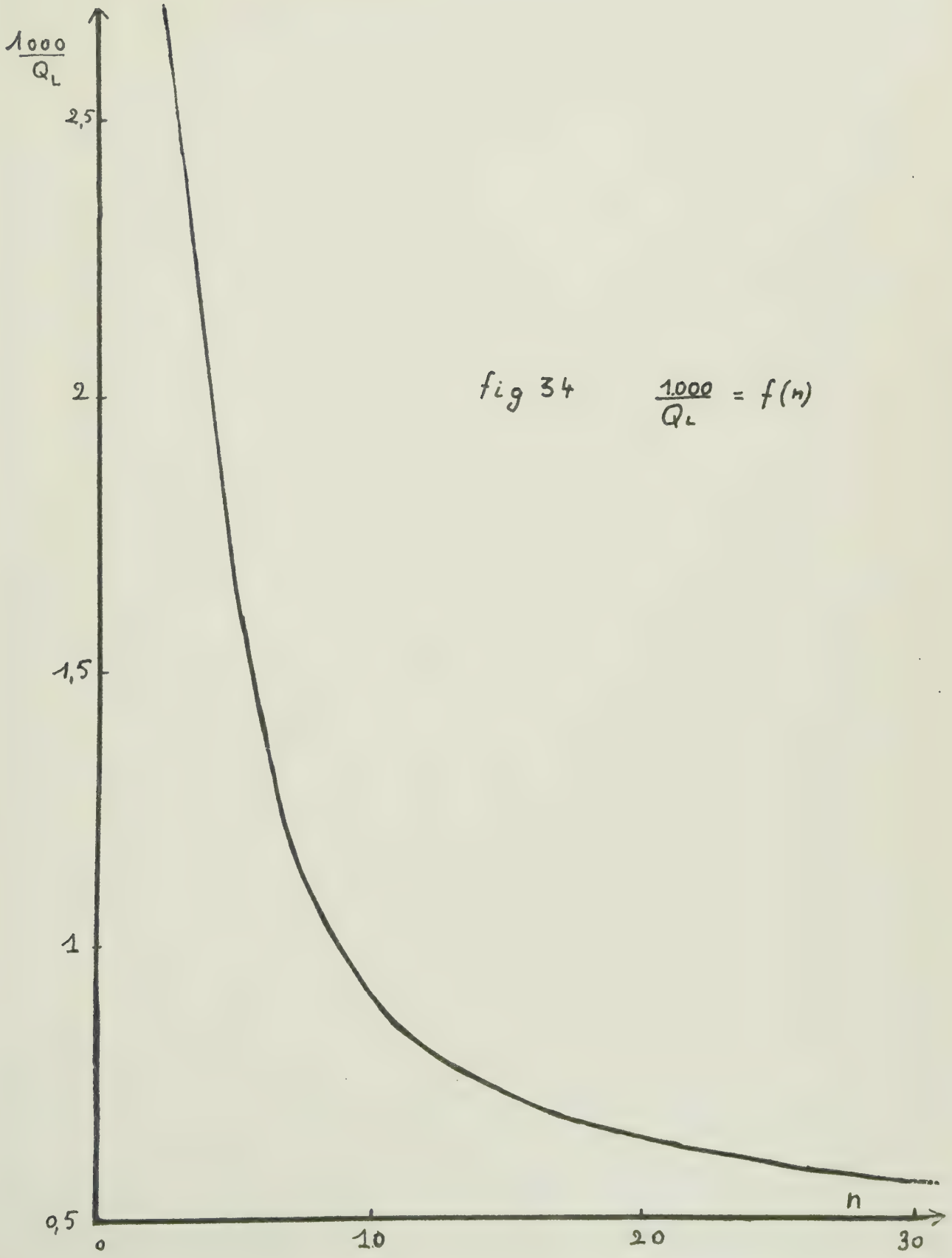


fig 34 $\frac{1000}{Q_L} = f(n)$

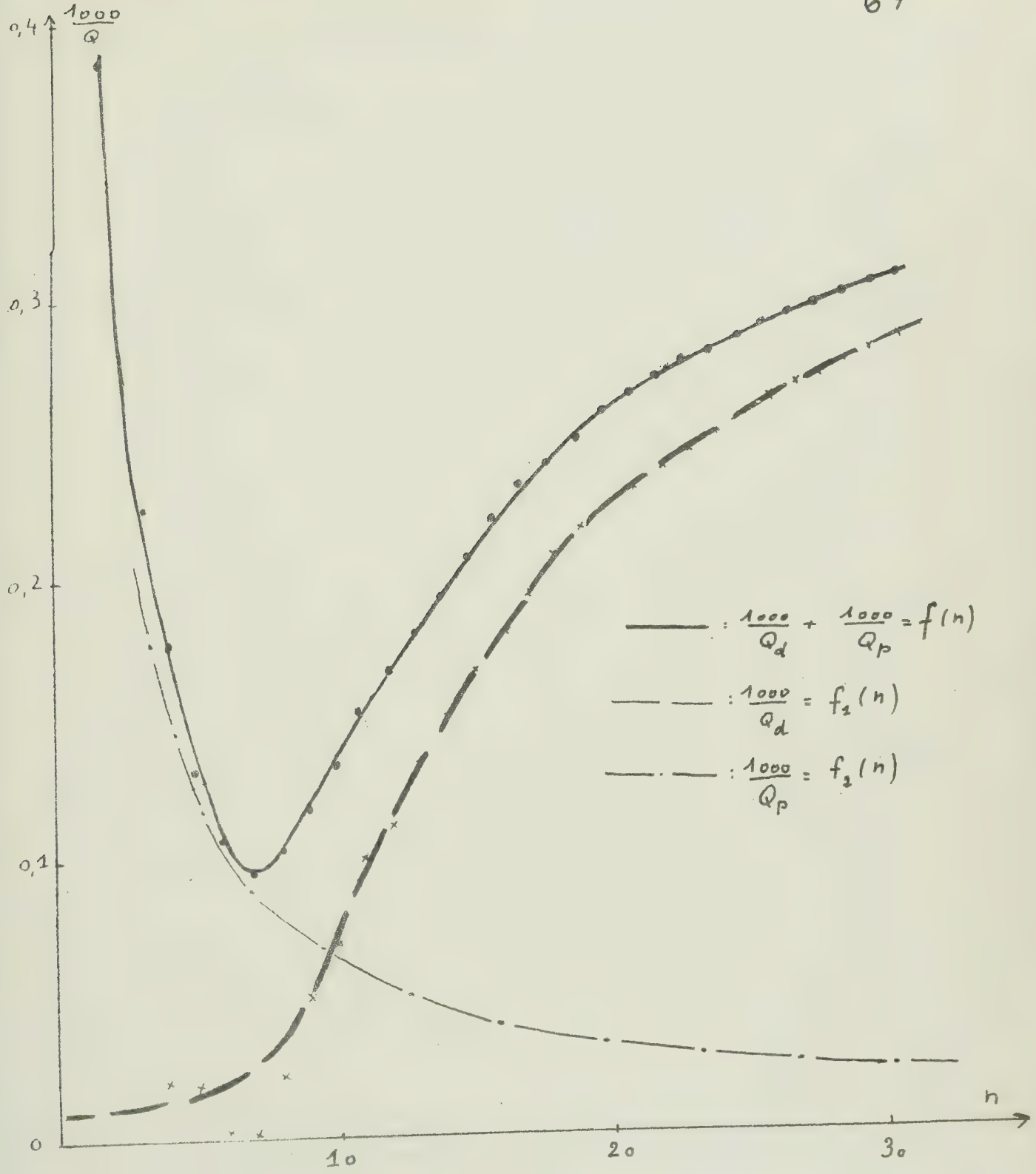

0,4
1000/Q
0,3
0,2
0,1
0
10
20
30
n
: 1000/Q_d + 1000/Q_p = f(n)
: 1000/Q_d = f1(n)
: 1000/Q_p = f2(n)

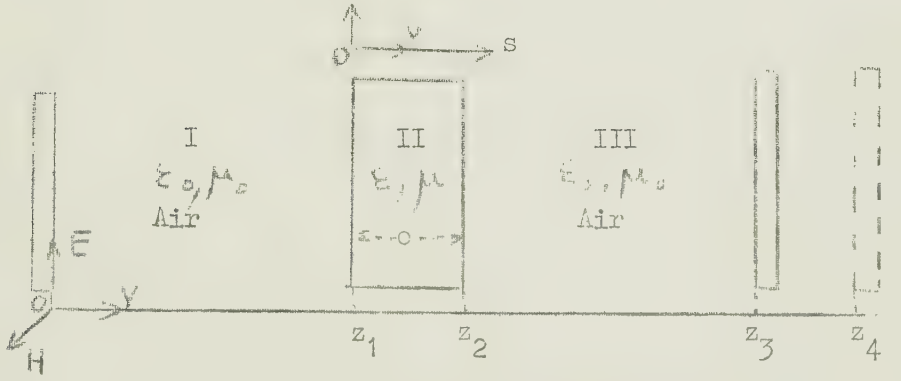
Fig. 35

V - MESURES DE CONSTANTES DIELECTRIQUES (10 - 17 - 18) :

L'interféromètre de Perot Fabry permet la mesure de constantes diélectriques, d'une façon simple.

Nous allons montrer que pour un échantillon d'épaisseur $\frac{\lambda_1}{2}$ (λ_1, longueur d'onde dans l'échantillon) , si d_1 est la distance entre les 2 réflecteurs lorsqu'il y a résonance (l'échantillon étant placé entre les deux réflecteurs et parallèlement à ces derniers) et si d_2 est la distance entre les 2 réflecteurs à la résonance (sans échantillon), ε (constante diélectrique de l'échantillon) est fonction de $\Delta = d_2 - d_1$ et de l'épaisseur e de l'échantillon

$$\Delta = d_2 - d_1 = e\,(\sqrt{\varepsilon} - 1)$$



Pour ce faire nous écrirons les équations du champ électrique et du champ magnétique dans les milieux I (Air), II (diélectrique), III (air) et les relations exprimant la continuité des composantes tangentielles des champs sur les surfaces de séparation.

Soient E_1 et H_1 les champs dans la région I (variable z $\quad 0 < z < z_1$)

E_2 et H_2 les champs dans la région II (variable s $\quad 0 < s < e$)

et E_3 et H_3 les champs dans la région III (variable s' $\quad 0 < s' < z_3 - z_2$)

$E_1 = 2 A_1 \sin (\beta z)$ $\qquad Z H_1 = - j\ 2 A_1 \cos \beta z$

$E_2 = 2 A_2 \sin (\beta_1 s + \Psi)$ $\qquad Z' H_2 = - \ 2 A_2 \cos (\beta_1 S + \Psi)$

$E_3 = 2 A_3 \sin (\beta s' + \Phi)$ $\qquad Z H_3 = - \ 2 A_3 \cos (\beta s' + \Phi)$

avec β = constante de phase dans l'air $= 2\pi/\lambda$

β_1 = constante de phase dans le diélectrique $= 2\pi/\lambda_1$

Z = impédance intrinsèque de l'air = $\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$

Z' = $\sqrt{\varepsilon}$ # $\sqrt{\mu_0}$

$\frac{Z}{Z'}$ = n (indice de réfraction du diélectrique) = $\sqrt{\varepsilon_r}$

- CONDITIONS AUX LIMITES

a) pour $z = z_1$ (ou $\Delta = c$)

$E_1(z_1) = E_2(o)$

$H_1(z_1) = H_2(o)$

soit $A_1 \sin \beta z_1 = A_2 \sin \psi$

$A_1 \cos \beta z_1 = n A_2 \cos \psi$

D'où : $\tan \psi = n \tan \beta z_1$

$A_2 = A_1 (\sin^2 \beta z_1 + n^{-2} \cos^2 \beta z_1)^{\frac{1}{2}}$

Ces deux dernières équations déterminant d'une part l'amplitude de l'onde stationnaire dans le diélectrique et d'autre part la phase de l'onde sur le plan $z = z_1$

Cas particuliers : si $\beta z = m\pi$ $A_2 = \frac{A_1}{n}$

si $\beta z = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ $A_2 = A_1$

b) pour s = e ou s' = o

Nous obtenons par la même méthode que précédemment

$\tan \phi = \frac{1}{n} \tan (\beta_1 e + \psi)$

$A_3 = A_2 \left[\sin^2 (\beta_1 e + \psi) + \cos^2 (\beta_1 e + \psi) \times n^2\right]^{\frac{1}{2}}$

A la résonance le champ électrique doit être nul sur le second réflecteur. D'où $E_3 (z_3 - z_2) = o$ Posons $z_3 - z_2 = s'_r$

$2 A_3 \sin (\beta s'_r + \phi) = o$

soit $\beta s'_r + \phi = k\pi$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$

ou $\phi = -\beta s'_r + k\pi$

$\tan \phi = -\tan \beta s'_r = \frac{1}{n} \tan (\beta_1 e + \psi)$

$$- \operatorname{cotg} \beta\, s'_r = n \operatorname{cotg} (\beta_1 e + \Psi) = n \left(\frac{\operatorname{cotg} \beta_1 e \operatorname{cotg} \Psi - 1}{\operatorname{cotg} \beta_1 e + \operatorname{cotg} \Psi} \right)$$

$$\text{or } \operatorname{cotg} \Psi = \frac{1}{n} \operatorname{cotg} \beta z_1$$

$$- \operatorname{cotg} \beta\, s'_r \left(\operatorname{cotg} \beta_1 e + \frac{1}{n} \operatorname{cotg} \beta z_1\right) = n \operatorname{cotg}\left(\beta_1 e\right) \frac{1}{n} \operatorname{cotg}\left(\beta z_1\right) - n$$

$$n \operatorname{cotg} \beta_1 e \left(\operatorname{cotg} \beta z_1 + \operatorname{cotg} \beta\, s'_r\right) + \operatorname{cotg} \beta\, s'_r \operatorname{cotg} \beta z_1 - n^2 = 0$$

Soit z_4 l'abscisse du deuxième réflecteur (sans échantillon) à la résonance

$$z_4 = \frac{n \pi}{\beta}$$

$$\Delta = d_2 - d_1 = z_4 - z_3$$

$$s'_r = z_3 - z_2 = z_4 - \Delta - (z_1 + e) = (z_4 - z_1) - (\Delta + e)$$

L'équation précédente s'écrit alors :

$$\operatorname{tang} \beta (\Delta + e) = \frac{n^2 \operatorname{tang} \beta z_1 + \operatorname{cotg} \beta z_1}{n \operatorname{cotg} \beta_1 e \operatorname{tang} \beta z_1 + n \operatorname{cotg} \beta_1 e \operatorname{cotg} \beta z_1 - n^2 + 1}$$

Δ dépend donc de z_1 c'est à dire de la position de l'échantillon entre les deux réflecteurs.

Nous avons tracé page 72 la courbe théorique $\Delta = f(z_1)$ à partir de cette équation (en prenant $\varepsilon = 2{,}75$: constante diélectrique du lucoflex et $e = 5$ mm) et la courbe expérimentale $\Delta = f(z_1)$ pour un échantillon de lucoflex d'épaisseur 5mm.

Les résultats sont en bon accord à une translation près (ceci est dû à la mesure de z_1 qui a été effectuée d'un bord du premier réflecteur à un bord de l'échantillon : le réflecteur et l'échantillon n'étant pas parfaitement plans la distance entre le centre du réflecteur et le centre de l'échantillon est donc légèrement différente de z_1, sur la fig.38 page 73 Δ est représenté en fonction de z_1 pour un échantillon de polystyrène de 2 mm d'épaisseur.

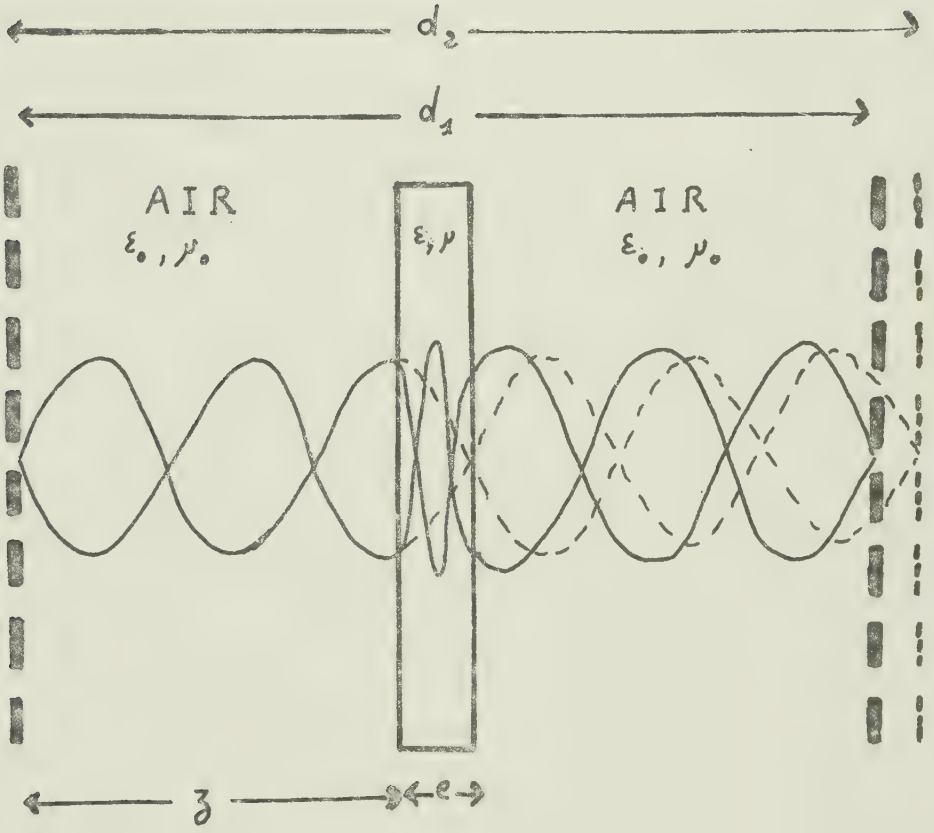


fig 36 Mesure de constantes diélectriques
Champ électrique dans l'interféromètre

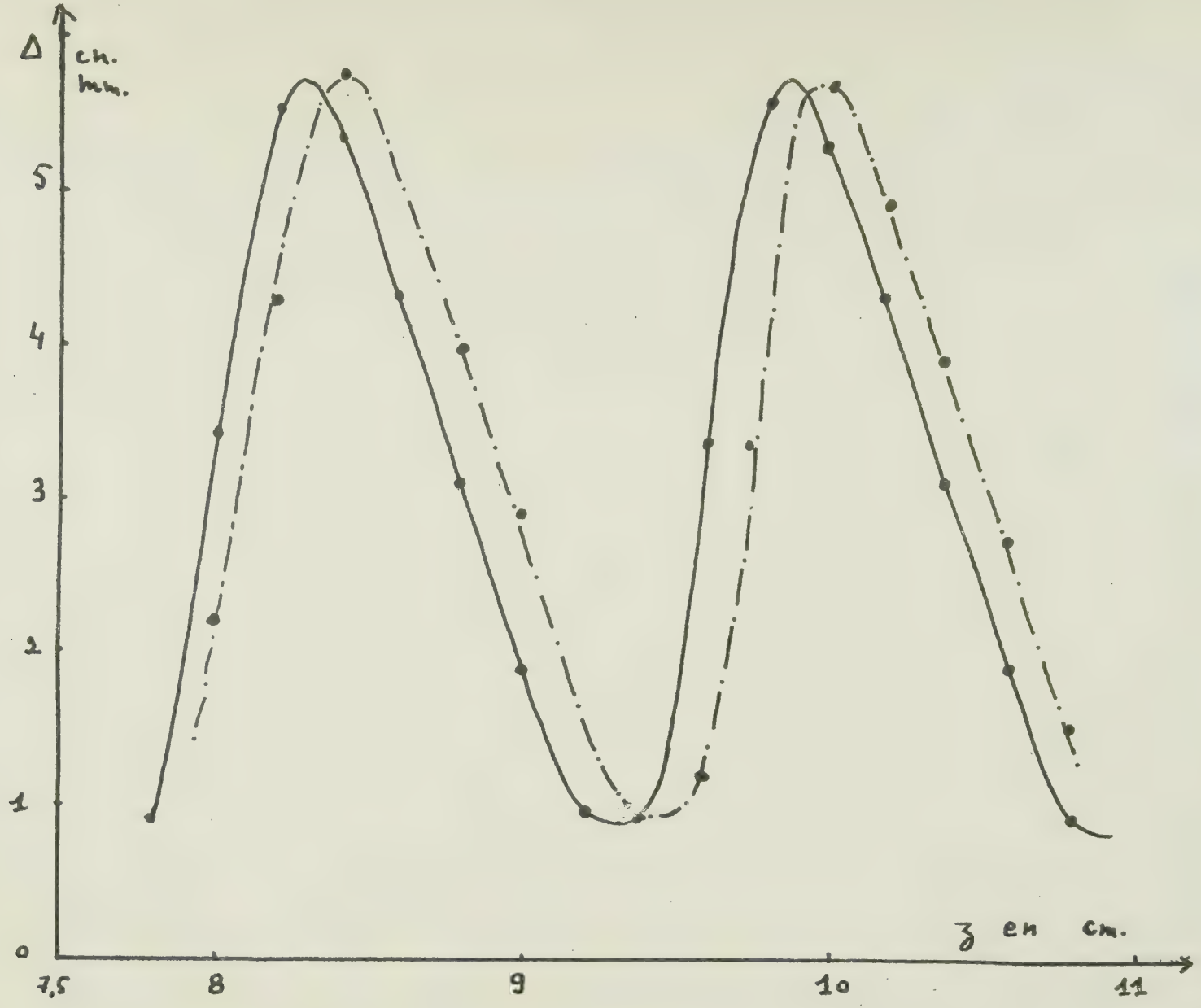


fig. 37 $\Delta = f(z)$ (Lucoflex)

—— courbe théorique

—·— courbe expérimentale

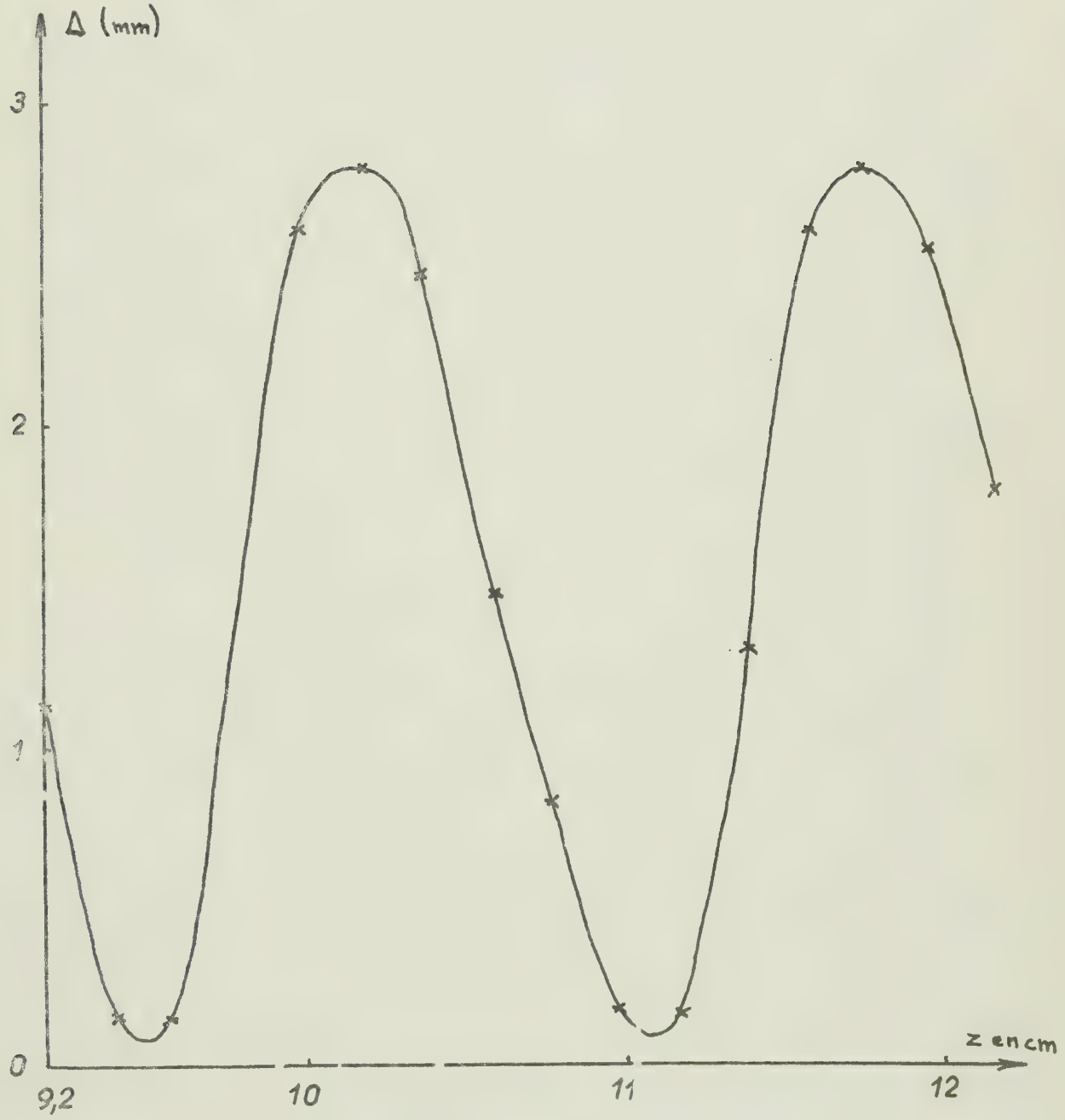


fig. 38 $\Delta = f(z)$ (Polystyrène)

Remarque : Echantillon d'épaisseur égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde

Dans ce cas $\beta_1 e = m\pi$ (m = nombre entier) : la phase est la même sur les deux surfaces du diélectrique et dans l'équation ci-dessus cotg $\beta_1 e$ étant infini on a :

$$\text{tang } \beta(\Delta + e) = 0 \quad \text{soit} \quad \beta(\Delta + e) = k\pi \quad \text{avec } k = 0, 1, 2\ldots$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\Delta + e) = k\pi \quad \text{Prenons par ex. } e = \frac{\lambda_d}{2} = \frac{\lambda}{2\sqrt{\varepsilon}}$$

Or Δ représente la longueur dont il faut rapprocher le deuxième réflecteur du premier pour rétablir la résonance (on repère la première résonance, c'est à dire que Δ est obligatoirement inférieur à $\lambda/2$

D'autre part $\sqrt{\varepsilon} > 1$

Les conditions $0 < \Delta = d_2 - d_1 < \lambda/2$ et $\sqrt{\varepsilon} > 1$ nous amènent à prendre pour k la seule solution possible k = 1, c'est à dire :

$$\Delta = \frac{\lambda}{2} - e = \frac{\lambda}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right)$$

$$\Delta = \frac{\lambda}{2\sqrt{\varepsilon}}(\sqrt{\varepsilon} - 1)$$

$$\Delta = e(\sqrt{\varepsilon} - 1)$$

Dans ce cas Δ ne dépend que de la différence de chemin optique et reste constante lorsque z_1 varie. C'est ce que vérifient les résultats ci-dessous (lucoflex de 10 mm d'épaisseur - $\lambda = 3{,}2$ cm $\lambda_d \# 2$ cm)

z_1 en mm	100	112	116	120	123	125
Δ mesuré en mm	12,90	12,92	13,02	12,95	12,95	12,97

Il est donc possible de mesurer ε par deux méthodes :

a) placer un échantillon d'épaisseur quelquonque dans l'interféromètre et faire varier la longueur d'onde jusqu'à ce que Δ reste constant pour plusieurs positions de l'échantillon.

b) La longueur d'onde restant constante, tracer la courbe expérimentale $\Delta = f(z_1)$ et déduire $\varepsilon = n^2$ de la valeur moyenne de Δ.

En effet la courbe théorique $\Delta = f(z_1)$ page 71 nous permet de vérifier que la valeur moyenne de Δ est égale à $e(\sqrt{\varepsilon} - 1)$ aux erreurs d'expérience près.

En fait nous allons montrer que Δ_{moyen} n'est égal à $e(\sqrt{\varepsilon} - 1)$ que pour les valeurs de $\sqrt{\varepsilon}$ peu différentes de 1.

Le calcul montre que les valeurs maxima et minima de Δ (Δ_{max} et Δ_{min}) sont atteintes pour :

$$\operatorname{tang} \beta z_1 = -\frac{1}{n} \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta_1 e$$

$$\operatorname{tang} \beta z_1 = \frac{1}{n} \operatorname{cotg} \frac{1}{2} \beta_1 e$$

En reportant ces valeurs dans l'équation $\operatorname{tang} \beta(\Delta + e) = f(\operatorname{tang} \beta z_1)$ nous obtenons les deux relations suivantes :

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta (e + \Delta_{min}) = \frac{1}{n} \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta_1 e$$

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta (e + \Delta_{max}) = n \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta_1 e$$

soit : $$\frac{n^2 + 1}{2n} = \frac{\operatorname{tang} \beta \left[\frac{(\Delta_{max} + \Delta_{min})}{2} + e \right]}{\operatorname{tang} \beta_1 e}$$

$$\frac{n^2 + 1}{2n} \operatorname{tang} \beta_1 e = \operatorname{tang} \beta (\Delta_{moyen} + e)$$

- Diélectrique ayant une constante diélectrique voisine de 1

Dans ce cas l'équation précédente se réduit à :

$$\beta(\Delta_{moyen} + e) = \beta_1 e$$

$$\Delta_{moyen} = e(\sqrt{\varepsilon} - 1)$$

- Diélectrique ayant une constante diélectrique quelconque

La relation précédente est approchée. Pour obtenir la valeur exacte de ε nous avons tracé page 77 (fig 39) la courbe $\operatorname{tang} \beta (\Delta_{moyen} + e) = \frac{n^2 + 1}{2n} \operatorname{tang} \beta_1 e$ ($\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ / $\beta_1 = \frac{2\pi n}{\lambda}$) pour $e = 5$ mm et $\lambda = 32$ mm.

A l'aide de cette courbe, connaissant le Δ_{moyen} expérimental pour un échantillon de 5mm d'épaisseur, nous en déduirons la valeur exacte de $n(=\sqrt{\varepsilon})$

- Valeurs de ε déduites des courbes expérimentales page 72 et 73 et de la formule approchée $\Delta_{moyen} = e(\sqrt{\varepsilon} - 1)$

$\varepsilon = 2,79$ (chlorure de polyvynile)

$\varepsilon = 2,85$ (polystyrène)

Si nous calculons la valeur de ε pour le chlorure de polyvynile d'épaisseur 5mm au moyen de la courbe expérimentale page 72 nous trouvons $n^2 = \varepsilon = 2,76$ pour $\text{tang}\ \frac{2\pi}{32}(3,35 + 5) = -14,570$ ($\Delta_{moyen} = 3,35$ mm)

La mesure expérimentale de constantes diélectriques consistera donc à tracer la courbe

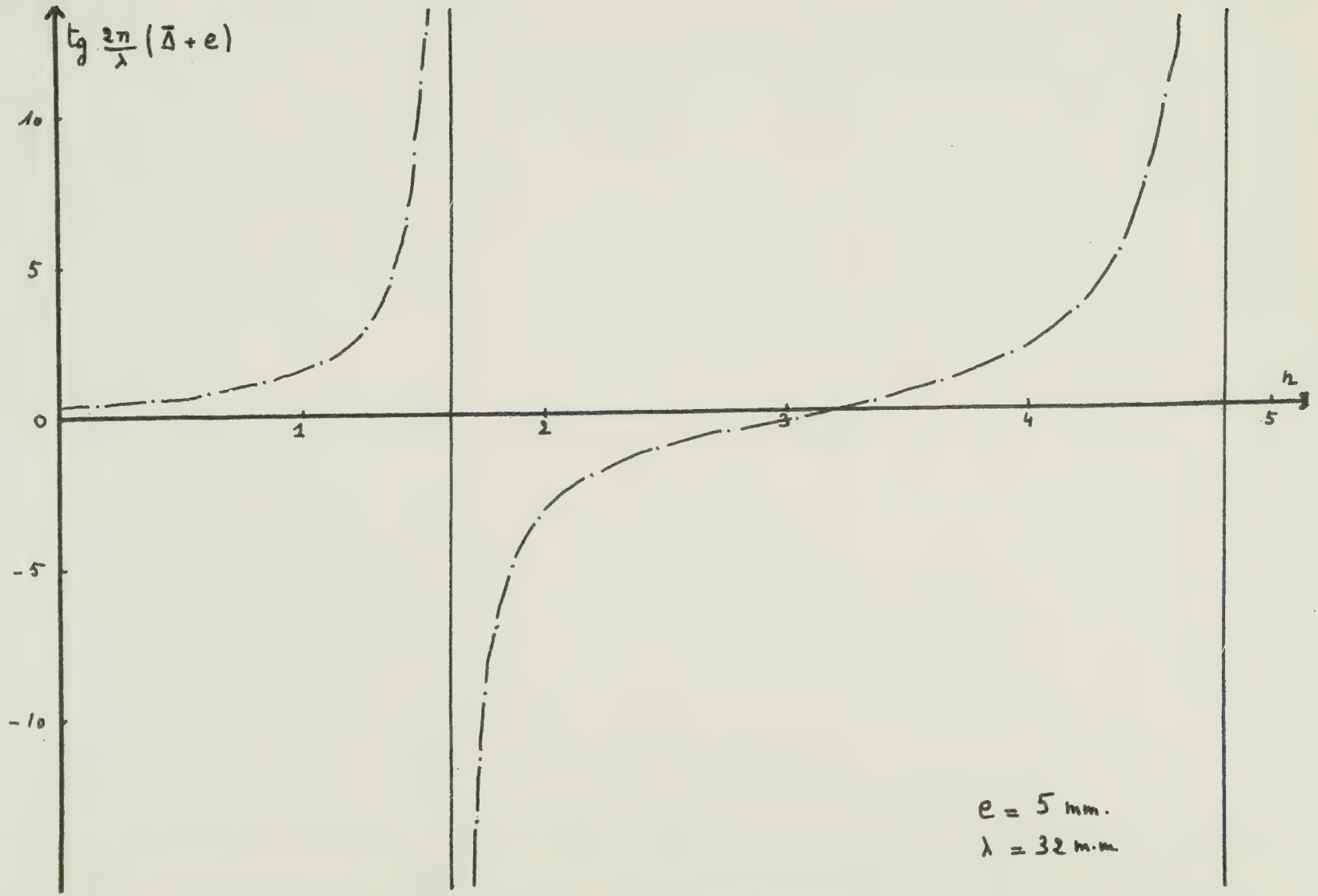
$$\frac{n^2 + 1}{2n}\ \text{tang}\ \frac{2\pi}{\lambda} n e = \text{tang}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta_{moyen} + e)$$

pour une valeur donnée de e et λ (fig. 39 page 77) et ensuite de mesurer expérimentalement Δ_{max} et Δ_{min} pour un échantillon d'épaisseur e . Le Δ_{moyen} déduit de ces deux mesures et la courbe permettront alors de trouver n.

PRECISION DES MESURES

La précision des mesures dépend de l'erreur faite sur Δ (lecture à $\frac{4}{100}$ mm) et de la précision en épaisseur de l'échantillon. Avec un interféromètre en bande X (qui exige donc des réflecteurs et des échantillons de grande surface) il est difficile d'obtenir une précision meilleure que 10 % sur ε .

Fig. 39. $tg \frac{2\pi}{\lambda}(\bar{\Delta} + e) = \frac{n^2+1}{2n} tg \frac{2\pi ne}{\lambda}$



VI - MESURES D'ANGLES DE PERTES

L'interféromètre permet aussi de mesurer les angles de pertes $tg\,\delta$. Il suffit, pour ce faire, de mesurer le coefficient de surtension avec et sans échantillon.

L'élargissement de la raie de résonance est en effet dû aux pertes dans le dielectrique.

Soit Q_1 le coefficient de surtension sans échantillon

$$Q_1 = \frac{\omega \times \text{énergie emmagasinée}}{\text{Puissance totale perdue}} = \frac{\text{énergie emmagasinée} \times 2\pi}{\text{énergie perdue par période}} = \frac{\omega W}{P}$$

et Q_2 le coefficient de surtension de la cavité avec échantillon.

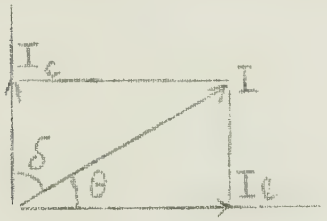
Pour définir l'angle de pertes, nous imaginerons un condensateur connecté à une source de tension sinusoïdale $V = V_o e^{j\omega t}$
Le condensateur emmagasine une charge $Q = C_o V$ (dans l'air) et le courant de charge I_c est :

$$I_c = \frac{dQ}{dt} = j\omega C_o V$$

Avec une substance de constante dielectrique ε, si nous appelons G la conductance du dielectrique, il y aura en plus un courant de fuite $I_f = GV$

$$I = I_c + I_f = (j\omega C + G)\, V$$

Représentation vectorielle



Le courant de pertes I_f se traduit aussi par l'introduction d'une permittivité complexe $\varepsilon = \varepsilon' - j\,\varepsilon''$

$$I = j\omega(\varepsilon' - j\,\varepsilon'')\,\frac{C_o}{\varepsilon_o}\,V$$

Avec $C = C_o \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_o}$

$$G = C_o \frac{\omega}{\varepsilon_o}\varepsilon''$$

L'angle de pertes est alors défini par $tg\,\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$

Reprenons l'expression de Q_1

Si E et H sont les champs dans l'interféromètre en l'absence d'échantillon et si R_t représente la résistance qui traduit les pertes dans le métal et dans les trous de couplage pour un réflecteur Q_1 s'écrit

$$Q_1 = \frac{\omega \frac{\varepsilon_o}{2} \int_V E.E^*\, dV}{2\left(\frac{1}{2} R_T \int_S H.H^*\, dS\right)}$$

or $E = 2A \sin \beta z$

$\therefore H = \frac{1}{Z} j\, 2A \cos \beta z$

$$Q_1 = \frac{\omega \frac{\varepsilon_o}{2} \iiint 4A^2 \sin^2 \beta z \; dz}{\frac{1}{2} R_T \iint_{S_1} \frac{4A^2}{Z^2} \cos^2 \beta z \; d S_1 + \frac{1}{2} R_T \iint_{S_2} \frac{4A^2}{Z^2} \cos^2 \beta z \; d S_2}$$

S_1 = surface du premier réflecteur pour lequel $z = o$

S_2 = " " deuxième réflecteur pour lequel $z = d = n \frac{\lambda}{2}$

z varie de o à $d = n \frac{\lambda}{2}$ et $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$Q_1 = \frac{\omega \frac{\varepsilon_o}{4} S \times d}{\frac{R_T}{Z^2} \times S} = \frac{\omega \varepsilon_o d}{4 R_T / Z^2}$$

Lorsque l'on place l'échantillon dans l'interféromètre aux pertes précédentes s'ajoutent les pertes dans le diélectrique ($\frac{1}{2} R I^2$ soit $\frac{1}{2} G V^2$ c'est-à-dire $\frac{\varepsilon'' \omega}{2} \int E \; E^* \; dz$

$$Q_2 = \frac{\omega (\text{ W emmagasiné dans l'air + W emmagasiné dans le diélectrique})}{\text{Puissance perdue dans les parois et dans le diélectrique}}$$

$$\text{Soit } Q_2 = \frac{\omega \left(\frac{\varepsilon_o}{2} \int_o^{z_1} E_1 \, E_1^* \, dz + \frac{\varepsilon'}{2} \int_{z_1}^{z_1 + e} E_2 \, E_2^* \, dz + \frac{\varepsilon_o}{2} \int_{z_1 + e}^{z_3} E_3 \, E_3^* \, dz \right)}{\omega \frac{\varepsilon''}{2} \int_{z_1}^{z_1 + e} E_2 \, E_2^* \, dz + \frac{1}{2} R_T \int_{S_1} H_1 \, H_1^* \, d S_1 + \frac{1}{2} R_T \int_{S_2} H_3 H_3^* \, dS_2}$$

Si e est égal à un nombre entier de demi-longueurs d'onde dans le diélectrique, les amplitudes dans les milieux 1 et 3 sont égales.

Dans ce cas Q_2 s'exprime par :

$$Q_2 = \frac{\left[\varepsilon_o (z_1 + z_3 - z_1 - e) + \varepsilon' e (\sin^2 \beta z_1 + n^{-2} \cos^2 \beta z_1) \right]}{\omega \varepsilon'' e (\sin^2 \beta z_1 + n^{-2} \cos^2 \beta z_1) + 4 R_T / Z^2}$$

Q_2 dépend donc de z_1. Il est maximum lorsque $\beta z_1 = m\pi$ et φ s'écrit :

$$\frac{1}{Q_{2\,max}} = \frac{\omega \varepsilon'' e\, n^{-2} + 4 R_T / Z^2}{\omega \varepsilon_0 (z_3 - e) + \omega \varepsilon' e\, n^{-2}} \qquad \text{or} \quad n = \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0}}$$

$$= \frac{e\omega \frac{\varepsilon'' \varepsilon_0}{\varepsilon'} + 4 R_T / Z^2}{\omega \varepsilon_0 (z_3 - e) + \omega \varepsilon_0 e}$$

$$= \frac{e \ \mathrm{tang}\,\delta}{z_3} + \frac{4 R_T / Z^2}{\varepsilon_0 \omega z_3} = \frac{1}{Q_S} + \frac{1}{Q_1} \qquad (z_3 = d)$$

Soit $\frac{1}{Q_S} = \frac{1}{Q_{2max}} - \frac{1}{Q_1} = \frac{e \ \mathrm{tang}\,\delta}{z_3}$

l'angle de pertes $\mathrm{tang}\,\delta$ est alors donné par l'expression

$$\mathrm{tang}\,\delta = \left(\frac{1}{Q_{2\,max}} - \frac{1}{Q_1} \right) \frac{d}{e}$$

Dans ce calcul théorique les pertes par diffraction ont été négligées. Si celles-ci restent les mêmes lorsque nous plaçons l'échantillon dans l'interféromètre, elles n'interviendront pas dans la formule précédente.

Nous n'avons pas fait de mesure de $\mathrm{tg}\,\delta$ car le manque de précision sur e d'une part, les erreurs expérimentales sur Q_1 et Q_2 et d'autre part les variations des pertes par diffraction (variation négligeable seulement dans le cas de très grands réflecteurs) conduirait à une valeur peu précise de $\mathrm{tg}\,\delta$.

Pour ces expériences, il serait très avantageux de travailler à des longueurs d'onde plus faibles (longueurs d'onde millimètriques) afin de ne pas être limité en dimensions pour les réflecteurs.

BIBLICGRAPHIE

1 - BRUHAT-KASTLER, Optique, Masson, Cie Editeurs, 1954.

2 - SLATER, Microwawe electronics, D. Van Nortrand, Company Inc (1950).

3 - MONTGOMERY, Technique des mesures en microondes, Edition Chiron.

4 - SILVER, Microwawe Antenna Theory and Design, Radiation Laboratory Series, Mc. Graw-Hill Book Company Inc, 1949.

5 - DUFOUR, Recherche sur la luminosité, le contraste et la résolution des systèmes interférentiels à ondes multiples. Utilisation des couches minces complexes. Paris, Masson, 1950.

6 - GIACOMO, Couches réfléchissantes multidiélectriques appliquées à l'interféromètre Péro-Fabry - Etude théorique et expérimentale des couches réelles., Paris, Ed. de la Rev. d'Opt. et instr., 1956.

7 - MUNIER, Contribution à l'étude des antennes directes pour ondes centimétriques, Grenoble, 1955.

8 - BROUSSAUD, Etude de la diffraction des ondes électromagnétiques par un réseau de plaques percées de trous, Paris, Gauthier-Villars, 1956.

9 - SIMON, Etude de la diffraction des écrans plans - Application aux lentilles hertziennes, Paris, Gauthier-Villars, 1951.

10 - Handbuch der Physick. Band XVI "Elektrische Felder und Wellen" Edited by S.Flüge 1958

11 - MARCUWITZ, Waveguide handbook Mc. Graw, Hill Book, Company Inc, 1951.

12 - CULSHAW, Reflectors for a microwawe Fabry Perot Interferometer, N B S Report, 5527.

13 - KERNS and DAYHOFF, Theory of diffraction in microwave interferometry, Journal of Research, B. Math and Math Phys, vol 64B n° 1.

14 - FOX and TINGYE LIE, Resonant modes in a Maser interferometer. The bell systeme Technical Journal, 40, 1961.

15 - CULSHAW, Diffraction corrections in microwave optics, N B S Report 5578.

16 - KOTIK and NEWSTEIN, Theory of Laser oscillations in Fabry Perot Resonators. Journal of Appl. Physics Vol.32 N°2 Febr. 1961

17 - Von HIPPEL, Dielectric Matérials and Applications-M.I.T. 1954

18 - CULSHAW and ANDERSON, Measurements of dielectric constants and losses with a millimeter wave Fabry Perot Interferometer, N B S Report 6786.

TABLE DES MATIERES

	Pages
Introduction	1
Interféromètre à ondes multiples - Rappels optiques -	3
Interféromètre de Perot-Fabry à ondes centimétriques	10
Les Réflecteurs	15
L'interféromètre en tant que cavité	41
Résultats expérimentaux :	50
I - Règlage de l'ensemble	51
II - Réflecteurs en diélectrique	51
III - Réflecteurs en laiton perforé	54
IV - Puissance perdue par diffraction et par non parallèlisme	58
V - Mesures de constantes diélectriques	68
VI - Mesures d'angles de pertes	78
BIBLIOGRAPHIE	81